

AS RAÍZES DA TEORIA DA ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO COMPETITIVO DE MERCADO MÚLTIPLO: AS CONTRIBUIÇÕES DE HICKS, SAMUELSON, LANGE E MELTZER

Tácito Augusto Farias¹
Luiz Eduardo Nascimento Figueiredo²

RESUMO

Este artigo propõe-se a de maneira clara e sucinta traçar os panoramas histórico-institucional e analítico da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo. Usando como elemento de análise a geometria analítica, o cálculo diferencial, pretende-se elaborar a teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo em mercado múltiplo e sua solução estabelecida em Hicks (1939), Samuelson (1941, 1942, 1947), Lange (1944), Meltzer (1945) e expondo suas contribuições principais tais como conceitos, proposições e teoremas e apresentando suas possíveis divergências na construção do pensamento econômico.

Palavras-chave: Estabilidade; Mercado múltiplo; Equilíbrio.

THE ROOT OF THE THEORY OF STABILITY OF COMPETITIVE BALANCES MULTIPLE MARKETS: THE CONTRIBUTIONS OF HICKS, SAMUELSON, LANGE AND METZLER

ABSTRACT

This article purposed a treatment historical and analytical of the theory of stability of competitive equilibrium in multiple markets, using analytical geometry and differential calculus as elements for solution of the competitive equilibrium, especially the literature established in Hicks (1939), Samuelson (1941, 1942, and 1947), Lange (1944) and Meltzer (1945).

Keywords: Stability; Multiple market; Equilibrium.

JEL: A1

1 A ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO EM MERCADOS MÚLTIPLOS

1.1 Panorama institucional e características GERAIS

O período que transcorre da publicação do trabalho pioneiro de Leon Walras (1874) até o início da Primeira Grande Guerra (1914) é caracterizado por fatos importantes. Primeiro, progresso no sistema de transportes, principalmente, nos modos marítimo, ferroviário e rodoviário. Os navios são intensamente utilizados para fins de transporte de mercadorias e passageiros, tanto no circuito europeu como fora dele: África, Ásia e América do Norte. Ainda, no transporte marítimo transparece que ocorreram crescimento da frota na marinha mercante, progresso na construção naval, assim como na exploração e abertura de novas rotas marítimas. Enquanto que no modo ferroviário observava-se que as novas rotas estavam divididas em três

¹ Professor Associado 4 / DEE - UFS

² Economista / IFS.

categorias: (1) rotas de penetração de um ponto da costa em direção ao interior, (2) redes ligando as rotas de penetração por vias transversais, (3) rotas transcontinentais atravessando um continente permitindo o florescer da atividade econômica. Historicamente, o exemplo mais importante dessas categorias são os Estados Unidos da América do Norte, que desperta disputas internas muito competitivas pela posse e uso do modo ferroviário por motivos econômico e político.

Segundo, a expansão comercial da Europa desponta: (1) pelo uso intensivo da aduana como corredor de escoamento das exportações, (2) pela organização das importações de ultramar, (3) pelas concessões de ferrovias, de importância vital tanto para o escoamento das exportações como a facilitação do transporte das importações.

Terceiro, a expansão financeira da comunidade européia, onde destacam-se: (1) os países investidores, tais como a França, a Grã-Bretanha e a Alemanha; (2) as regiões receptoras, tais como o continente Asiático onde figuram Japão, China, Índias Inglesas e Neerlandesas, o continente americano onde figuram Estados Unidos e Argentina, o continente africano onde figuram o Egito e a África do Sul.

Quarto, a expansão demográfica resultante de motivos emigratórios, existência de focos de emigração tais como Noroeste da Europa e Europa Oriental Europa Meridional e zonas de imigração, tais como Estados Unidos, Canadá, Argentina e Brasil no continente americano, assim como, Austrália, África do Sul e África do Norte no continente não-americano.

O período 1874 - 1914, visto rigorosamente sob a ótica econômica, transparece a passagem do capitalismo industrial dominado pela figura do empresário-empresendedor ligado ao capital essencialmente industrial para o capitalismo financeiro dominado pelos grandes conglomerados financeiros atrelados ao capital essencialmente financeiro, figura do banqueiro-empresendedor. E, é neste período que se observa que a Alemanha descreve uma trajetória de crescimento econômico invejável, denominado 'milagre alemão', cujos fatores declarados da pujança despontam: (1) bancos fortes; (2) cartéis; (3) dumping; (4) progresso acentuado no transporte modal e suas rotas; (5) papel do Estado como agente econômico nas figuras de grande consumidor de bens e serviços produzidos pela iniciativa privada, assim como grande produtor de bens e serviços. Outros países,

também, tiveram prosperidade econômica acentuada no período, tais como a França e a Inglaterra.

Com o clima de confiança na capacidade de gerenciar economias prósperas, o povo europeu imaginava que pudesse suportar os custos de um conflito armado. Lêdo engano. O declínio europeu logo transparece: (1) perdas humanas irreparáveis; (2) destruição da base industrial; (3) desorganização da atividade comercial interna e externa; (4) desestruturação do sistema financeiro e (5) desarticulação dos programas dos governos, direcionados para atividades essenciais a comunidade e deslocando a massa financeira para financiar a economia de guerra. E o conflito transcorre de 1914 a 1918, deixando um rastro de destruição material e humana, desorganização econômico-financeira do continente europeu, destacando a crise alemã que se instalaria em 1923 e a crise americana, bolsa de Nova Iorque em 1929, seguida de profunda depressão que se arrasta até 1932.

Sob os acontecimentos do período 1874-1914, da Primeira Grande Guerra, 1914 - 1918, aliado ao período de consequências do conflito e outros fatores incomodantes da economia mundial, tais como crise alemã (1923), crack da Bolsa de Nova Iorque e depressão americana (1929 - 1932) acontecem importantes fatos institucionais e teórico-analíticos que têm influência na elaboração dos trabalhos científicos relevantes para a teoria econômica do equilíbrio geral, especialmente, a teoria da estabilidade.

No último quartel do século XIX, o eminente cientista Gustav Cassel (1899) apresenta seu primeiro artigo que versa sobre a teoria econômica do equilíbrio geral, que considera uma versão simplificada do modelo Walrasiano, a qual atribui ideias inovadoras, argumentando que a versão simplificada deixa de lado a teoria da utilidade embora essa apareça sob uma terminologia diferente. Apresenta seu trabalho clássico em 1918, denominado *The Theory of Social Economy*. Destaca-se, também, W. Launhardt (1885), autor do primeiro livro didático que procura difundir os conhecimentos da escola marginalista, em especial Walras, e produz resultados aplicacionais do modelo Walrasiano, ao aplicá-lo aos sistemas de transportes. E, Edgeworth (1881) apresenta a explicação da teoria Walrasiana simplificada através da configuração geométrica denominada posteriormente de caixa de Edgeworth com o uso das curvas de indiferenças e de contrato.

É fundada nos Estados Unidos a American Economic Associations (1885) e a Royal Economic Society na Inglaterra (1890) com o propósito de fortalecerem a profissão em economia e ao mesmo tempo na divulgação da Ciência Econômica. Em 1904, H. Cunyngame elabora um livro texto no qual divulga, através do uso intensivo e declarado da geometria, os conhecimentos já estabelecidos pelos principais representantes da escola marginalista. Outros cientistas contribuem com destaque: H.L. Moore (1905), Vilfredo Pareto (1910), W. Zawadski (1914), J. Moret (1915), Slutsky (1915) e Bowley (1924).

Nos anos 30, alguns eventos institucionais marcam a decolagem ao sucesso na esteira do conhecimento da teoria econômica revelada em moldes matemáticos: a teoria do equilíbrio competitivo Walrasiano.

Primeiro, a fundação da Econometric Society, em Cleveland, nos Estados Unidos, em dezembro de 1930, por um grupo de economistas: Irving Fisher, Charles Roos, Ragnar Frisch e outros. A finalidade da Econometric Society é divulgar o conhecimento da teoria econômica através de seus segmentos quantitativos: econometria e economia matemática. E para tal divulgação se utiliza da organização de encontros na forma de congressos, simpósios e palestras que consagram a discussão do que de melhor é elaborado na comunidade acadêmica sobre métodos quantitativos aplicados à economia.

Segundo, a constituição da Comissão Cowles para a Pesquisa Econômica, em 1932, sob a tutela de Alfred Cowles, cuja finalidade é fomentar o uso da Lógica, da Matemática e de métodos estatísticos na análise econômica, além de divulgar os resultados através de livros, artigos e promoção de encontros formais da comunidade para discussão do desenvolvimento e da aplicação dos métodos quantitativos à teoria econômica.

Terceiro, a criação da revista *Econometrica*, em 1933, sob o manto da Econometric Society, que se revela como o instrumento da publicação de estudos originais em economia pura e aplicada, tais como, Hicks (1934), Samuelson (1941-1942), Lange (1944), Metzler (1945) e outros.

Quarto, publicações de estudos econométricos valiosos elaborados por Frisch (1934), Schultz (1938) e Tinbergen (1939). Quinto, o Colóquio de Viena, realizado em Viena, capital da Áustria, nos anos 20 e 30, representa um ambiente cultural e intelectual de intensa atividade em matemática, filosofia e economia.

Representantes da nata da matemática do século XX, tais como Kurt Gödel (1906-1978), Karl Menger, Banach (1892-1945), Kuratowski, Shauder, Borsuk, Mazur, Tarski (1902-?), Steinhaus, Kac Lomnicki, S. M. Ulam, John von Neumann (1903-1957), Abraham Wald; representantes da filosofia tais como Ernst Mach, Otto Neurath, Rudolph Carnap, Friedrich Waisman, Hans Reichenbach, Richard Von Mises e Carl Hempes; representantes da esfera econômica tais como Karl Schlesinger, Oskar Morgenstern, Friedrich Von Hayek promovem a movimentação constante de encontros entre cientistas de diversas especialidades que resulta em contribuições importantes para o desenvolvimento da economia pura. Publicações de artigos em teoria do equilíbrio geral é elaborado por Hicks (1934) e Wald (1933 - 34, 1934 - 35, 1936), o último com a primeira formulação e demonstração formal da existência do equilíbrio econômico de troca e produção na versão Walrasiana juntamente com o livro de Cassel (1932, tradução do original de 1918) que apresenta uma versão simplificada do modelo de equilíbrio geral Walrasiano, enquanto que Schlesinger (1933 - 34) apresenta um modelo de equilíbrio geral em versão não-Walrasiana.

A constituição do edifício matemático no período 1870 - 1939 é de extrema importância para a condução da pesquisa econômica em linguagem simbólica. Precisão e síntese representam o esteio da linguagem matemática formal. Observa-se ao apagar das luzes do século XIX, último quartel, que a matemática estava passando por um estágio muito importante: formalização da análise matemática, construção do edifício da álgebra pura e sedimentação das geometrias não-euclidianas (EVES, 1990, 1997). Anteriormente, o desenvolvimento da matemática em grande parte estava atrelado aos interesses da física teórica. Portanto consegue sua libertação e passa a andar sobre suas próprias pernas e disso se utilizam os economistas de inclinação quantitativista, tais como Irving Fisher, Leon Walras, Carl Menger, Edgeworth, Bowley, Marshall e Wicksell para desenvolverem suas pesquisas na área da economia pura e aplicada. De posse dos conhecimentos de análise matemática (cálculo diferencial e integral) e geometria analítica plana e no espaço constroem modelos econômicos que mantêm elementos importantes como unidade de análise: equilíbrio e otimização sob condição de diferenciabilidade das funções objetivo. Aplicam estes princípios para construir as teorias do consumidor, produção, custos e sobre estruturas de mercado (produto e fator),

destacando-se Walras (1874), Edgeworth (1881), J. Bertrand (1883), Marshall (1898), Pareto (1910), Wicksell, Cassel (1918), Karl Schlesinger (1932), Joan Robinson (1933), Edward Chamberlain (1933), Stalkelberg (1934) e Wald (1934).

Problemas institucionais de natureza política, tais como, o advento do totalitarismo russo influenciando e dominando o leste europeu, a cortina de ferro, constituída pela Polônia, Hungria, Tchecoslováquia, Romênia, Bulgária e Albânia; o surgimento das ditaduras de direita, fascismo na Itália e nazismo na Alemanha, deslocam o centro das atividades acadêmico-científicas do mundo europeu para a emergente potência mundial, Estados Unidos da América do Norte, que recebe de bom grado os principais cérebros europeus, valorizando cada vez mais o ensino e a pesquisa em ciência pura e tecnologia, nos institutos e universidades americanas. Matemáticos importantes, do quilate de John Von Neumann e Paul Halmos (Hungria), Richard Courant (1888-1972), Emmy Noether e Hermann Weil (Alemanha), Jean Diedonné (França) se estabelecem nos Estados Unidos, traduzindo esta permanência em construção e desenvolvimento das linhas de pesquisas que favorecem diretamente à formação intelectual em métodos quantitativos dos principais agentes promotores futuros da literatura econômica do equilíbrio geral, em toda a sua problemática: existência, unicidade e estabilidade. Entre aqueles, diretamente favorecidos destacam-se, Paul Anthony Samuelson, Lloyd Metzler, Oskar Lange, Kenneth Arrow, Gerard Debreu, Tjalling Koopmans, Lionel McKenzie, Wassily Leontief, Leonid Hurwics, Maurice Allais e Haalvelmo, para citar apenas aqueles que estavam envolvidos com a pesquisa e desenvolvimento da teoria do equilíbrio geral. Pegaram carona, em face do deslocamento do centro de pesquisa e desenvolvimento, os economistas japoneses que estavam atrelados às novas linhas de pesquisas na teoria do equilíbrio competitivo: Negishi, Uzawa, Morishima e Nikadô. Do mesmo modo, cientistas ingleses de renome são envolvidos pela êxtase do desenvolvimento científico-tecnológico que se alastrou no período 30 - 50: Hicks, Allen e Hahn.

O tipo de matemática utilizada pelos economistas na pesquisa centrada na construção dos modelos de equilíbrio geral, no período 30 - 50, tinha como núcleo, o cálculo diferencial e integral avançado, os sistemas de equações diferenciais e a diferenças e a álgebra matricial.

Com isso, o presente trabalho busca observar a evolução do pensamento econômico acerca dos panoramas histórico-institucional e analítico do período de elaboração e publicação das obras dos principais representantes da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo em mercado múltiplo e sua solução estabelecida em Hicks (1939), Samuelson (1941, 1942, 1947), Lange (1944) e Meltzer (1945). A partir da visualização fornecida por Tácito et. al. (2013) da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo em mercado único, estabelecido em Walras (1874) e Marshall (1890) dar-se a continuidade nas apresentações acerca do desenvolvimento da teoria da estabilidade, observada agora sob a ótica dos mercados múltipla, indicando as principais contribuições, tais como conceitos, proposições e teoremas, e apresentando suas possíveis divergências na construção do pensamento econômico. Para isso é usado como elemento de análise a geometria analítica e o cálculo diferencial.

2 O ENFOQUE HISTÓRICO

Existem ao menos três enfoques possíveis para elaboração da história do pensamento econômico. No primeiro enfoque, o passado é examinado através de seus precursores, e as teorias correntes são localizadas nas realizações do passado. Ligando elementos de compreensão analítica atual com o trabalho passado, é possível a um pesquisador traçar linhas de argumentação que produzam narrativas que sejam claras, distintas e cumulativas. Tais procedimentos são úteis à medida que possam ser realizados por pesquisadores experientes, quando eles podem identificar linhas principais de influências ou ao menos aquelas que tornam possíveis as explicações do passado com o instrumento corrente.

No segundo enfoque, a história do pensamento econômico é elaborado sob a ótica da metodologia. O pesquisador, na categoria de filósofo da ciência pode tratar o passado como um caso de estudos e dados modernos à medida que ele elabora e verifica explicações da mudança no contexto disciplinar. Imagine que o pesquisador procura defender a ideia de que o conhecimento econômico progride descontinuadamente, ele poderia usar o passado para identificar revoluções significativas. Por conseguinte, o pesquisador desenvolverá o material histórico de modo que a hipótese possa ser falsificada. Exemplo, a revolução Keynesiana

considerada como uma revolução no sentido de Kuhn é uma proposição potencialmente falseável.

No terceiro enfoque, mantém-se a tradição histórica na construção do pensamento econômico. Produz-se uma narrativa coerente na qual a explicação da evidência histórica acontece através do exame minucioso dos materiais, dos autores e do contexto. Constrói-se o tecido histórico na crença de que o ambiente social (eventos institucionais e históricos) e analítico, alimentam o trabalho intelectual de um período e que este facilita construir a narrativa de modo a enfatizar elementos da história social e intelectual. Significa uma procura hoje por justificativas da evolução da ciência econômica. Neste trabalho utiliza-se o terceiro enfoque para análise e visualização.

3 A CONTRIBUIÇÃO DE JOHN RICHARD HICKS

Hicks trata o problema da estabilidade em mercado competitivo múltiplo num sentido muito restrito, a estabilidade local. Deste modo, não leva em consideração a necessidade de explicar que qualquer que seja o estado inicial da economia, ela tenderá ao equilíbrio, ou seja, prevalece considerações estáticas. O conceito de estabilidade estática Walrasiana é generalizada para o caso de mercado múltiplos, ou seja para situações de equilíbrio por Hicks em *Value and Capital* (1939).

No caso do mercado único, sabe-se que a estabilidade Walrasiana procede, se, a preços acima do preço de equilíbrio, o excesso da demanda é negativo (oferta excede demanda) e a preços abaixo do preço do equilíbrio, o excesso da demanda é positivo (demanda excede oferta).

Para Hicks, no caso de mercados múltiplos os efeitos de uma mudança de preço de uma mercadoria sobre os preços de outras mercadorias na situação de equilíbrio geral são levados em consideração. Assim sendo, com o propósito de desenvolver o conteúdo analítico sobre a estabilidade em mercados múltiplos em Hicks (1939) procede-se de modo a definir alguns instrumentos de análise considerados fundamentais para a compreensão das condições de estabilidade.

Primeiro, um mercado é definido como imperfeitamente estável se uma queda no preço de uma mercadoria particular gera um excesso da demanda para aquela mercadoria, depois que todos os outros preços têm se ajustado eles mesmos de

modo que oferta é novamente igual a demanda em todos os mercados exceto para aquele da mercadoria particular (Hicks, 1939, p. 62).

Formalmente,

$$\frac{dE_i(P)}{dP_i} = \frac{J}{J_{ii}} < 0,$$

Onde J é o determinante do jacobiano do sistema completo e J_{ii} é o cofator de b_{ii} .

Segundo, um mercado é definido como perfeitamente estável se uma queda no preço abaixo do preço de equilíbrio gera um excesso da demanda depois que qualquer dado subconjunto de preços em outros mercados for ajustado de modo que a oferta novamente iguala a demanda, com todos os outros preços restantes mantidos constantes. (Hicks, 1939, p. 62).

Formalmente,

$$\frac{dE_j}{dP_j} = b_{jj} < 0,$$

Onde b_{jj} são os coeficientes do sistema completo.

De acordo com as definições acima, fica estabelecido o resultado: se cada mercado único é estável, o sistema econômico inteiro é dinamicamente estável. A validade do teorema está ligada diretamente as condições necessárias e suficientes para a existência da estabilidade perfeita.

Satisfeitas as duas condições para estabilidade perfeita Hicksiana acima, afirma-se que o sistema possui estabilidade verdadeira.

Suponha que todas as funções excesso da demanda são contínuas e diferenciáveis. Com efeito, dado,

$$\begin{cases} E_2 = E_2(P_2, \dots, P_n) \\ \vdots \\ E_n = E_n(P_2, \dots, P_n) \end{cases}$$

e diferenciando totalmente cada função excesso da demanda com respeito a P_2 (todos os preços que não P_2 mantidos constantes) obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{dE_2}{dP_2} = \frac{\partial E_2}{\partial P_2} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial P_2} + \dots + \frac{\partial E_n}{\partial P_n} \frac{\partial P_n}{\partial P_2} \\ \vdots \\ \frac{dE_n}{dP_2} = \frac{\partial E_2}{\partial P_2} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial P_2} + \dots + \frac{\partial E_n}{\partial P_n} \frac{\partial P_n}{\partial P_2} \end{cases}$$

Ou forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{dE_2}{dP_2} \\ \vdots \\ \frac{dE_n}{dP_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_2}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial E_2}{\partial P_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial E_n}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial E_n}{\partial P_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial P_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial P_2} \end{bmatrix}$$

onde cada derivada parcial está sendo avaliada no conjunto dos preços de equilíbrio:

$$\frac{dP_i}{dP_2} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dE_i}{dP_2} \neq 0$$

$$\frac{dE_i}{dP_2} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dP_i}{dP_2} \neq 0$$

Para $i \in (2, \dots, n)$. Significa dizer que ignora-se os efeitos sobre todos os outros preços de uma mudança em P_2 . Assim sendo,

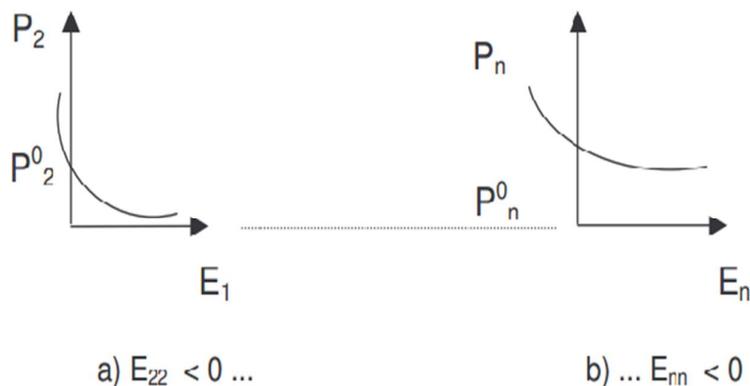
$$\frac{dE_2}{dP_2} = E_{22}$$

e de acordo com condição de estabilidade perfeita tem-se:

$$\frac{dE_2}{dP_2} < 0$$

o que implica $E_{22} < 0$. Renumerando as mercadorias, conclui-se que estabilidade perfeita exige que $E_{ii} < 0, \forall i$. Significa dizer geometricamente que a curva agregada de excesso da demanda para cada mercadoria deve ser decrescente. Observe a figura 1:

Figura 1 - Funções excesso da demanda.



Dando sequência ao procedimento acima é estabelecido o resultado fundamental:

Teorema 1

O sistema econômico é considerado perfeitamente estável se e somente se os menores principais da matriz $[E_{ir}]$ alternam em sinal (apresenta-se abaixo as condições referentes a uma economia com três mercadorias, onde uma delas é o numerário: sistema normalizado).

$$b_{22} = \frac{\partial E_2}{\partial P_2} < 0 \quad b_{33} = \frac{\partial E_3}{\partial P_3} < 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial E_2}{\partial P_2} & \frac{\partial E_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial E_3}{\partial P_2} & \frac{\partial E_3}{\partial P_3} \end{vmatrix} > 0$$

Para Hicks, no sistema econômico abstrato a única fonte possível de instabilidade no mecanismo competitivo é a ocorrência do efeito-renda assimétrico. Com efeito, prova o teorema seguinte:

Teorema 2

Os menores principais da matriz $[E_{ir}]$, $i, r \in (1, \dots, n)$ alternam em sinal se efeitos - renda são simétricos em relação aos consumidores.

O trabalho do Professor Hicks sobre a estabilidade do equilíbrio competitivo fornece valiosas contribuições ao conteúdo analítico, destacando-se a integração da teoria dinâmica com o método da estática comparativa, o que significa dizer que a estática comparativa não tem significância em teoria econômica a menos que o sistema econômico seja dinamicamente estável. Por conseguinte, a inovação fundamental devida ao Professor Hicks consiste na derivação das propriedades do sistema de equilíbrio a partir das condições de estabilidade de um sistema dinâmico correspondente. Primeiro, as condições de estabilidade Hicksiana fornecem um conjunto de condições de estabilidade que são independentes da velocidade de resposta dos preços individuais a diferenças entre oferta e demanda. Segundo, em uma certa classe de sistemas de mercados, estabilidade perfeita Hicksiana é a condição necessária e suficiente para estabilidade dinâmica verdadeira, ou seja, estabilidade dinâmica de primeira espécie.

Os principais trabalhos escritos de Hicks sobre equilíbrio geral (1934, 1939) se referem principalmente a uma avaliação da obra *Elements of Pure Economics* de

Walras (1934), e seu livro *Value and Capital* (1939) que nos Capítulos de IV a VIII discute sobre o problema do equilíbrio dando ênfase ao problema da estabilidade do equilíbrio competitivo criando alguns conceitos: estabilidade perfeita e imperfeita para uma economia em mercados múltiplos. Realizando sua exposição através da linguagem geométrica bidimensional e no apêndice, traduz todo material descritivo em formalismo matemático. Apesar de sua formação universitária na graduação ter sido em matemática, Hicks não usa os conhecimentos avançados para elaborar uma teoria estruturada sobre o problema da estabilidade do equilíbrio geral, pois tal realização exige conhecimento além daqueles encontrados em *Value and Capital*. Contudo, Hicks detinha os conhecimentos básicos em teoria das matrizes, determinantes e o cálculo diferencial e integral de funções reais a várias variáveis reais, o que facilitou a sua leitura do livro de Walras assim como para construir o modelo para mercados múltiplos. Porém, não usa o conhecimento de sistemas dinâmicos, pois acreditava no seu poder de argumentação descritiva em detrimento da análise matemática formal, conforme patente em seu prefácio de *Value and Capital* (1939), necessário para avançar na elaboração de uma teoria do equilíbrio geral onde o problema da estabilidade teria tido melhor avaliação, teórica e aplicada, como o fizeram Samuelson, (1941, 1942, 1947) Lange (1944) e Metzler (1945), na década de 40.

4 A CONTRIBUIÇÃO DE PAUL ANTHONY SAMUELSON

A contribuição ao estudo da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo devida ao Professor Samuelson, repousa na ideia fundamental de que existe uma relação de dependência formal íntima entre estática comparativa e dinâmica. A esta relação de dependência ele denomina princípio de correspondência. Significa dizer que:

A investigação da estabilidade dinâmica de um sistema pode fornecer teoremas fecundos para a análise estática, como é possível utilizarmos propriedades conhecidas de um sistema estático comparativo para se obter informações a respeito das propriedades dinâmicas de um sistema (1947, p.7).

Samuelson interfere no problema relativo a estabilidade do equilíbrio competitivo exposto pelo Professor Hicks estabelecendo duas proposições fundamentais.

Proposição 1: Um sistema pode ser estável mas, não ser perfeita nem imperfeitamente estável.

Proposição 2: Um sistema é imperfeitamente estável, mas se afasta cada vez mais do equilíbrio.

Diferentemente de Leon Walras e John Hicks, Samuelson tem uma formação cultural e acadêmica mais abrangente, principalmente, no que se refere à matemática universitária superior avançada: cálculo diferencial e integral de funções reais de uma variável real, de funções reais de duas ou mais variáveis reais, cálculo vetorial, cálculo matricial, teoria qualitativa das equações diferenciais ordinárias e parciais, sistemas dinâmicos e equações a diferenças, geometria métrica plana e espacial, geometria analítica plana e espacial, trigonometria plana e esférica. Portanto, Samuelson conhece todos os instrumentos necessários para realizar com autoridade os dois artigos (1941, 1942) e sua inclusão no livro *Foundations of Economics Analysis* (1947) em capítulos que tratam exclusivamente sobre a teoria da estabilidade na configuração do equilíbrio geral e tópicos paralelos (teoria Keynesiana, teoria malthusiana e ciclo de negócios). Sua formação sobre equações diferenciais e sistemas dinâmicos está diretamente ligada aos textos clássicos de Emile Picard (1856-1941) em *Cours d'Analyse* e David G. Birkoff (1844-1944) em *Dynamical Systems*, além de sua afinidade de estudos com E. B. Wilson (1879-1964) e Gilberto Bliss, matemáticos a quem ele referenciava. Ambos considerados eminentes matemáticos na década de 40. Porém, Samuelson não deu seguimento ao estudo sobre a teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo ou mesmo sobre teorias paralelas. Uma forte razão para tal fato é a enorme inquietação que Samuelson demonstra para rapidamente absorver novos elementos em economia, influência de seus eminentes professores tais como Alvin Hansen, Wassily Leontief, Joseph Schumpeter, Jacob Viner e Aaron Director, e matemática. E a partir daí elaborar novas teorias econômicas ou reformulando algumas já conhecidas em todas as áreas da economia: teoria da troca no comércio internacional, teorema da equalização dos preços dos fatores, teorema de Stolper & Samuelson, que usa intensivamente geometria métrica, analítica e álgebra; teoria do comportamento do consumidor e da firma, que usa conhecimentos de cálculo diferencial e integral elementar; e outras áreas importantes da teoria econômica pura.

Samuelson (1941) destacou que a tarefa para a estática comparativa era mostrar a determinação dos valores de equilíbrio das incógnitas em condições definidas para vários parâmetros a ser especificados, isto é, com suas relações

funcionais determinadas para esses parâmetros a serem definidos. Porém, simplesmente existir relações eficientes na determinação do equilíbrio nada explica acerca das características dessas relações. Para que a análise possa ser útil, destaca que ela deve fornecer informações que permitam indicar como os valores de equilíbrio irão alterar-se como resultado de mudanças nos parâmetros considerados independentes.

Samuelson considerou também como um problema típico enfrentado pelos economistas a ausência de dados quantitativos precisos que pudessem inferir analiticamente informações qualitativas do movimento de um sistema complexo. Ele, portanto, classificou o pouco de sucesso em duas categorias: teoremas derivados dos pressupostos de maximização das firmas e indivíduos e; as condições de estabilidade determinadas pela interação entre as unidades econômicas.

Atem-se ao segundo conjunto, as condições de estabilidade. Apresentando como objetivo central mostrar como problema da estabilidade do equilíbrio este relacionada de forma íntima com o problema da derivação dos teoremas da estática comparativa. Com base na estática comparativa para mercado único apresentada por Walras, Samuelson, apresenta suas considerações sobre as condições de estabilidade para mercados múltiplos, fazendo uma comparação com os fundamentos apresentados por Hicks.

4.1. ESTÁTICA COMPARATIVA DE WALRAS

O problema é apresentado de forma geral, considerando n incógnitas, definidas por (x_1, \dots, x_n) , cujos valores no equilíbrio são determinados por um parâmetro determinado α . Dessa forma são definidas n relações independentes, consistentes e continuamente diferenciáveis entre algumas ou todas x os e o parâmetro α , conforme abaixo explicitado:

$$f^i(x_1, \dots, x_n, \alpha) = 0$$

Determinando o conjunto de equilíbrio,

$$x_i^0 = g_i(\alpha)$$

O objetivo é obter o sinal de:

$$\frac{dx_i^0}{d\alpha} = g_i'(\alpha)$$

Diferenciando $f^i(x_1, \dots, x_n, \alpha)$, em relação a α , tem-se a expressão:

$$\frac{dx_i^0}{d\alpha} = -\frac{\sum_{j=1}^n f_{\alpha}^i \Delta_{ji}}{\Delta} \quad \Delta = \begin{vmatrix} f_1^1 & \cdots & f_n^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^n & \cdots & f_n^n \end{vmatrix} = |f_i^j|$$

O Δ_{ji} é determinado pelo cofator do elemento da j -ésima linha e da i -ésima coluna de Δ . As análises das condições de estabilidade de equilíbrio irão auxiliar na avaliação destas expressões.

4.2. ESTABILIDADE E DINÂMICA

Antes de derivar explicitamente as condições de estabilidade de Walras referenciadas acima, Samuelson (1941), discute o significado do equilíbrio estável. O intuito foi pressupor uma teoria da dinâmica, ou seja, uma teoria acerca do comportamento ao longo do tempo de todas as incógnitas para arbitrarias condições iniciais. Formalmente, dado n variáveis $[x_1(t), \dots, x_n(t)]$ e n equações funcionais na forma:(Samuelson, 1941)

$$F^i[x_1(t)_{-\infty}, \dots, x_n(t)_{-\infty}, t] = 0$$

Assim, o comportamento das variáveis será determinado pela condição inicial imposta.

Uma característica desse modelo é que se um sistema encontra-se sempre em equilíbrio até o tempo t_0 , o mesmo permanecer em equilíbrio para os tempos subsequentes. Porém, os mesmo valores de equilíbrio podem ser atingidos ou mesmo ser mantidos por um finito período de tempo. Ainda, por causa da inercia dinâmica generalizada não necessariamente permanece em equilíbrio dinâmico, podendo muito bem superar estes valores.

A perfeita estabilidade do primeiro tipo é determinada se, dada qualquer condição inicial, todos os valores aproximam dos valores de equilíbrio quando o tempo tende a infinito, ou seja, se, independente das condições iniciais,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x_i^0$$

Outra maneira de indicar que o equilíbrio é estável é considerar que dado um deslocamento dos valores de equilíbrio é acompanhado de um movimento de retorno aos valores anteriores.

Samuelson (1941) define como estabilidade do primeiro tipo para pequenos deslocamentos, quando um sistema apresenta características de estabilidade do primeiro tipo apenas para pequenos deslocamentos. A estabilidade para pequenos deslocamentos está inserida na perfeita elasticidade, mas não vice-versa. Pode-se considerar a estabilidade em pequenos deslocamentos condição necessária para que a estabilidade perfeita ocorra

A estabilidade do segundo tipo é caracterizada por apresentar oscilação indefinida em torno da posição de equilíbrio. Seu movimento é limitado, nunca permanecendo em um dos lados da posição de equilíbrio por tempo superior a um intervalo finito de tempo. A estabilidade de segundo tipo também pode ser observada na forma para pequenos deslocamentos e na sua forma completa.

Samuelson (1941) então considera que as equações apresentadas na estática comparativa são um caso especial da análise dinâmica geral. Neste caminho apresenta-se o paradoxo que afirma que, para que a análise da estática comparativa produza resultados proveitosos, é necessário desenvolver inicialmente uma teoria dinâmica.

4.3. A ESTABILIDADE EM MERCADOS MÚLTIPLOS DE SAMUELSON.

Para Hicks, os mercados múltiplos são estáveis imperfeitamente se um aumento na demanda por um único bem, eleva o seu preço, após o ajustamento dos preços de todos os outros bens. O equilíbrio estável perfeitamente ocorre se o aumento da demanda por um bem eleva o seu preço mesmo que, qualquer subconjunto de preços arbitrário seja mantido constante.

Com o objetivo de testar a necessidade e suficiência desses critérios em termos de uma definição mais fundamentada de estabilidade do equilíbrio, Samuelson (1941) apresenta uma generalização das condições Walrasianas de forma que, o preço de qualquer bem decai quando a sua oferta encontra-se superior a demanda, tanto a demanda quanto a oferta sendo funções de todos os outros preços. Formalmente:

$$\dot{p}_i = -H(q_S^i(p_1, \dots, p_n) - q_D^i(p_1, \dots, p_n))$$

Onde, $0 = q_S^i(p_1, \dots, p_n) - q_D^i(p_1, \dots, p_n) = -a_i(p_1, \dots, p_n)$ representa a equação estática de oferta e demanda e a_{ij}^0 representa a derivada parcial de a_i com relação ao j -ésimo preço avaliado no conjunto de preços de equilíbrio.

A solução da equação acima destacada pode ser escrita na forma:

$$p_i(t) = p_i^0 + \sum_{j=1}^n k_j e^{\lambda_j t}$$

Onde $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ são as raízes da equação característica

$$f(\lambda) = \begin{vmatrix} \alpha_{11}^0 - \lambda & \dots & \alpha_{1n}^0 \\ \vdots & \ddots & \dots \\ \alpha_{n1}^0 & \dots & \alpha_{nn}^0 - \lambda \end{vmatrix} = |\alpha - \lambda I| = |\alpha_{ij} - \lambda \delta_{ij}| = 0$$

Como antes, a estabilidade requiere $R(\lambda_i) < 0$.

Utilizando o teorema das matrizes Hermitianas, para os casos de matrizes simétricas, para afirmar que todas as raízes deverão ser reais. Assim, se o equilíbrio é estável, todas as raízes devem ser negativas. Isto só ocorrerá, segundo o teorema clássico, se e somente se, a matriz α tiver a forma quadrática negativa definida, ou seja,

$$|\alpha_{ii}^0| < 0; \quad \begin{vmatrix} \alpha_{ii}^0 & \alpha_{ij}^0 \\ \alpha_{ji}^0 & \alpha_{jj}^0 \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} \alpha_{ii}^0 & \alpha_{ij}^0 & \alpha_{ik}^0 \\ \alpha_{ji}^0 & \alpha_{jj}^0 & \alpha_{jk}^0 \\ \alpha_{ki}^0 & \alpha_{kj}^0 & \alpha_{kk}^0 \end{vmatrix} < 0,$$

com $i \neq j \neq k \neq i$.

Dessa maneira, qualquer razão na forma abaixo possuirá sinal negativo,

$$\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_{jj}^0 & \dots & \alpha_{jk}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \alpha_{kj}^0 & \dots & \alpha_{kk}^0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{ii}^0 & \alpha_{ij}^0 & \dots & \alpha_{ik}^0 \\ \alpha_{ji}^0 & \alpha_{jj}^0 & \dots & \alpha_{jk}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{ki}^0 & \alpha_{kj}^0 & \dots & \alpha_{kk}^0 \end{vmatrix}}$$

Observando tais razões verificamos que elas correspondem igualmente a mudança no preço do bem i em relação a aumentos de uma unidade na quantidade de oferta do próprio bem, quando os outros preços são mantidos constantes. Dessa forma, nestes casos, os critérios de estabilidade apresentado por Hicks, são vistos de maneira correta. Para os casos simétricos pode-se afirmar ainda que: a imperfeita estabilidade, definida por Hicks, implica em perfeita estabilidade e vice-versa. Para

os casos onde a simetria não é elemento presente, os critérios de Hicks não são todos necessários e muitas vezes não são suficientes, isto que dizer que, pode-se ter estabilidade do primeiro tipo mesmo sem estabilidade perfeita ou imperfeita no sentido de Hicks.

A não utilização um modelo dinâmico explícito por Hicks, provavelmente foi embasada, de forma análoga, das condições de maximização, onde o máximo deve manter-se para arbitrários deslocamentos e também para qualquer transformação nas variáveis. Assim, algumas variáveis poderiam manter-se constantes, como também varias formas quadráticas poderiam ser seguradas. Em outro caminho, com base num processo verdadeiramente dinâmico, o equilíbrio é estável para condições iniciais aleatórias, por deslocamentos e até por transformações não singulares das variáveis, porém, não necessariamente por transformações arbitrárias das equações dinâmicas do sistema, tais como, manter os preços constantes conforme afirma Hicks. Com isso, considera-se, em principio, o processo definido por Hicks equivocado, embora, suas hipóteses, em alguns trabalhos empíricos, sejam úteis. (Samuelson, 1941)

Para Samuelson (1941) então, para todos os casos as condições necessária e suficientes de estabilidade são que $R(\lambda_i) < 0$, onde λ_i representa a raízes da matriz α , e isto não é equivalente as condições proposta por Hicks.

Em relação a estabilidade de segundo tipo, se o sistema for simétrico, as condições são análogas as do primeiro tipo. Se a matriz não for simétrica, é necessário substituir as segundas derivadas por primeiras derivadas, isto implicará condições mais rígidas sobre os coeficientes para que seja garantida a estabilidade do segundo tipo, do que foram necessárias para garantir a estabilidade do primeiro tipo. Isto está relacionado diretamente com a exigência de que as raízes sejam reais e negativas.

5 A CONTRIBUIÇÃO DE OSKAR LANGE

Com o propósito de ampliar e modificar o domínio de ação estabelecido por Hicks (1939) na teoria da estabilidade do equilíbrio num mercado competitivo, Lange (1944) introduz o conceito de estabilidade parcial de ordem e posto diferentes. Estabelece que o sistema admite ser parcialmente estável de ordem m ($m < n$) se as condições Hicksianas são satisfeitas quando somente m outros preços são

ajustados e os preços restantes mantidos constantes. Formalmente, a condição de estabilidade parcial de ordem m pode ser estabilidade como segue:

$$\left| \frac{dE_r}{dP_r} \right| = \frac{J_{nn, \dots, n-m}}{J_{nm, \dots, n-m, rr}} < 0$$

Onde $r = 1, 2, \dots, m$, o numerador é o cofator de J de ordem m e o denominador é o cofator de ordem m-1. O determinante J é definido por:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial E_1}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial E_1}{\partial P_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial E_n}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial E_n}{\partial P_n} \end{vmatrix}$$

Se o sistema é parcialmente estável de ordem n, onde é o número de bens inclusive o numerário, diz-se que ele é totalmente estável. Assim as condições de Lange se reduzem às condições Hicksianas.

Lange define, também, que o sistema é dito estável de posto m se ele é parcialmente estável de ordem m porém não atende para ordem superior a m. O posto de estabilidade do sistema corresponde a mais alta ordem de estabilidade que o sistema possui. Um sistema é dito totalmente estável se possui estabilidade de posto n.

Inicialmente, definições supra elaboradas por Lange, não usa termos da literatura Hicksiana. Porém, as definições que seguem compreendem extensões da literatura propriamente Hicksiana. Estabelece que um sistema possui estabilidade parcial perfeita de ordem m quando o sistema possui estabilidade parcial para todas as ordens menores referentes a quaisquer preços assegurado constante. Caso contrário está definido a estabilidade parcial imperfeita de ordem m. Formalmente, a condição para estabilidade perfeita de ordem m é escrita como segue:

$$a_{11} < 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0$$

$$\text{signal} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{vmatrix} = \text{signal}(-1)^m$$

Como produto de sua síntese analítica sobre a teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo, Lange enuncia um resultado fundamental:

Proposição 3: As condições Hicksianas para estabilidade perfeita são equivalentes às condições de estabilidade dinâmica quando o determinante característico de ordem m é simétrico.

Lange transparece que seu trabalho contém: (1) somente discussão técnica sobre a teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo, (2) não realiza qualquer discussão empírica e, (3) não efetua qualquer exemplo numérico.

Uma avaliação de sua obra é realizada sob cinco pontos. Primeiro, nota-se que Lange detém pleno conhecimento dos fundamentos Walrasiano do equilíbrio geral, pois realiza um resumo do ponto central discutido no livro de Walras sobre estabilidade: função excesso da demanda e condição da estabilidade estática Walrasiana. Segundo, Lange demonstra domínio da teoria da estabilidade traçada por Hicks, pois traça uma linha de análise onde contribui com novas definições e ampliando algumas já existentes. Terceiro, nota-se seu pleno conhecimento das ideias principais sobre estabilidade dinâmica desenvolvida por Samuelson (1941, 1942). Quarto, Lange demonstra que possui largo domínio sobre os elementos de matemática relativo a equações diferenciais ordinárias, matrizes e determinantes, manipulando-os de forma a realizar com clareza o tratamento analítico de suas proposições, além de ser um economista de formação cultural vasta, incluindo trabalhos publicados sobre economia socialista (polonês de nascimento). Quinto, a questão da interpretação do *Tâtonnement* está traduzido numa versão normativa.

6 A CONTRIBUIÇÃO DE LLOYD METZLER

O Professor Metzler contribui significativamente à obra Hicksiana estabelecendo dois teoremas fundamentais que melhor esclarecem os pontos de vista do pesquisador no que se refere à teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo. Primeiro apresenta que as condições de estabilidade Hicksianas são necessárias se a estabilidade for independente da receptividade do preço. Segundo que, para certa classe de sistemas de mercado a estabilidade perfeita Hicksiana é necessária e suficiente para a verdadeira estabilidade dinâmica. Em particular Metzler (1945) apresenta matematicamente que se todos os bens forem substitutos brutos as condições da verdadeira estabilidade dinâmica serão idênticas as condições de estabilidade perfeita de Hicks.

O primeiro teorema apresentado por Meltzer (1945) indica que a estabilidade perfeita Hicksiana é condição necessária para estabilidade de primeira espécie se o sistema de mercado tende a ser estável para todos os conjuntos de velocidades de ajustamento $k_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Duas considerações relativas ao significado econômico do teorema melhor esclarecem seu valor aplicacional à teoria do equilíbrio, mais especificamente, a estabilidade do equilíbrio. Primeira, o grau ao qual a estabilidade de um grupo de mercados depende das velocidades de ajustamento. Dois casos se apresentam: (1) aquele no qual a inflexibilidade de certos preços é considerado um fator estabilizador e; (2) aquele no qual os mercados são estáveis mesmo se todos os preços forem respostas para diferenças entre oferta e demanda. Como denominador comum de ambos os casos, à medida que as condições de estabilidade perfeita Hicksiana não são satisfeitas, a estabilidade do sistema depende de uma inflexibilidade relativa de certos preços. Segunda, as condições que comandam as respostas de preços são muito menos claras que as condições de demanda e oferta em mercados individuais. Significa dizer que enquanto velocidade de ajustamento são resultantes de fatores institucionais tais como disponibilidade ou habilidade de compradores ou vendedores no sentido de manter ou reduzir estoques; as condições estáticas de demanda e oferta em mercados individuais dependem das condições de maximização de lucros de produtores e consumidores. Conseqüentemente, os economistas matemáticos acreditam com mais propriedade em seu conhecimento acerca das condições de demanda e oferta do que seu conhecimento sobre tais fatores dinâmicos como velocidade de ajustamento do ponto de vista analítico sistemas de mercado que sejam despidos de velocidade de ajustamentos.

Em relação a estabilidade de e a flexibilidade dos preços relativos, Metzler (1945) parte da análise de Hicks que se os sistemas são perfeitamente estáveis, os principais menores de Δ , apresentam sinais alternados, de forma que:

$$a_{ii} < 0, \begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ij} \\ a_{ji} & a_{jj} \end{vmatrix} > 0, \text{ etc.}$$

A dificuldade com essas condições de estabilidade, segundo Metzler, como também exploradas por Samuelson, é que elas não são derivadas de um sistema dinâmico. A introdução de um verdadeiro sistema dinâmico fica evidente que a estabilidade não depende apenas das funções de excesso de demanda, mas

também das velocidades relativas de ajuste dos mercados individuais. Assim verifica-se que as condições de estabilidade de Hicks, inteiramente definidas em relação as inclinações a_{ii} , podem ser verdadeiras condições de estabilidade se os sistemas apresentam independência entre a estabilidade e a velocidade relativa de ajustamento dos mercados individuais. Porém, em geral, isto não pode ser considerado.

Hicks assume que a velocidade de ajustamento do i -ésimo mercado é muito pequena em relação a velocidade de ajustamento de outros mercado no sistema. Mas quando considera a estabilidade de qualquer outro mercado no sistema também assume que a velocidade de ajustamento desse outro mercado (definido com o j -ésimo mercado) é também relativamente pequena em relação aos outros mercados. Esses pressupostos não apresentam consistência, pois a velocidade de ajustamento do i -ésimo mercado não pode apresentar-se pequena em relação ao j -ésimo mercado e a velocidade de ajustamento do j -ésimo mercado ser pequena em relação ao i -ésimo mercado concomitantemente. Por essa razão as condições desenvolvidas por Hicks não podem ser aplicadas para um sistema de mercado completo ao menos que a estabilidade seja independente da velocidade de ajustamento dos mercados individuais. Apesar de as condições de Hicks não poderem ser idênticas as verdadeiras condições de estabilidade dinâmica, é possível visualizar que a estabilidade perfeita, no sentido de Hicks, é condição necessária para a verdadeira estabilidade se o sistema de mercado for estável para todos os possíveis conjuntos de velocidade de ajustamento(METZLER, 1945)

O passo seguinte contributivo à estabilidade de equilíbrio competitivo devido ao Professor Metzler consiste na prova de que em uma certa classe de sistemas de mercado, estabilidade perfeita Hicksiana é condição necessária e suficiente para estabilidade dinâmica de primeira espécie, definição estabelecida por Samuelson (1941, 1942). Metzler (1945) apresenta detalhadamente a visualização matemática de que se todos os bens forem substitutos brutos as condições da verdadeira estabilidade dinâmica serão idênticas as condições de estabilidade perfeita de Hicks.

Contudo, ele desenvolve todo o seu esquema supondo que todas as mercadorias existentes naquele sistema de mercado são substitutos brutos (demanda Marshalliana) diferentemente do que fizera Hicks (1939) que utilizou o conceito de substituto líquido (demanda Hicksiana). Procedeu-se à definição: todas

as mercadorias são substitutos brutos quanto um aumento no preço da i -ésima mercadoria mantido inalterado todos os outros preços, reduz-se o excesso da demanda para aquela mercadoria e aumenta o excesso da demanda para as demais. Formalmente:

$$\frac{\partial E_j}{\partial P_k} > 0, \forall P, j \neq k$$

Após a definição de substituto bruto o Professor Metzler conduz a sua análise através da prova matemática dos exposto acima.

Sendo o pressuposto fundamental aceito por Hicks de que o preço tende a aumentar sempre que a demanda excede a oferta e que cai sempre que a oferta excede a demanda. E que isso é levado por Hicks como base para a sua conclusão de que um mercado de um único bem é não estável ao menos que um aumento de preço leve a um excedente de oferta e uma diminuição nos preço leve a uma demanda em excesso. As conclusões trazidas pelo professor Metzler é que o erro da análise de Hicks para os sistemas de mercados múltiplos está na generalização dos resultados obtidos para mercado com apenas um bem para um sistema de mercado, ao invés de ter trabalhado nos métodos de análises para tais sistemas. A verdadeira condição de estabilidade deve ser derivada de um sistema dinâmico ao invés das propriedades do sistema estático correspondente

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se continuar a exploração destacada por Tácito et al. (2013) da evolução histórica do pensamento econômico relacionada as raízes da teoria da estabilidade dos mercados competitivos. Visualizou-se as contribuições de Hicks (1939), Samuelson (1941, 1942, and 1947), Lange (1944), Meltzer (1945), os quais dispuseram nos estudos das características e condições de equilíbrio competitivo dos mercados múltiplos.

Depois da década de 40 outros autores dispensaram seus esforços na compreensão da teoria da estabilidade dos mercados competitivos. Destaca-se desses estudos, os trabalhas de Debreu (1952) que tratava da prova da existência de um equilíbrio para um sistema mais geral composto de agentes econômicos, Arrow Debreu (1954) um artigo mais contundente que tratou da prova da existência de um equilíbrio em um modelo integrado de produção e consumo. Os estudos da

teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo baseado numa estrutura da economia Arrow & Debreu, tem seu início com os artigos de Arrow & Hurwicks (1958), Arrow et al (1959).

Posteriormente, o ataque frontal ao Tâtonnement (linha de pensamento sobre o sistema econômico tratado por Walras e seguido pelos outros autores em questão) feito por Scarf, onde, Scarf (1960) e Gale (1960) expõem alguns resultados que contestam aqueles estabelecidos por Arrow e outros: o sistema econômico representado pelo sistema dinâmico gerado por sistemas de equações diferenciais ou a diferenças são estáveis. Continua a evolução do pensamento econômico relacionado à teoria do equilíbrio em mercados competitivos após os ataques de Scarf (1960), primeiramente pela apresentação e discussão detalhada dos principais mecanismos de ajustamentos de preços Non-Tâtonnement. Onde se visualiza os trabalhos de Uzawa & Hahn (1962), Hahn & Negish (1962) e Green (1974). Seguindo na incursão na aplicação da análise global no campo da teoria do equilíbrio geral apresentada por Stephen Smale (1976).

REFERÊNCIAS

- ALLAIS, M. **Traité d’Economie Pure**. Paris: Ateliers Industria, 1943. 852p.
- ARAÚJO, A. P. Gerard Debreu. **Literatura Econômica**, v. 7, n.1, p.177-126, 1985.
- ARAÚJO, C. A. V. **História do pensamento econômico**. São Paulo: Editora Atlas, 1988. 158p.
- ARROW, K. J. **Aspects of the Theory of Risk - Bearing**. Helsinki: Yrjö Janhnsson, 1965. 61p.
- ARROW, K. J.; BLOCK, H. D.; HURWICZ, L. On the Stability of the Competitive, part.2. **Econometrica**, v. 27, p. 87-109, 1959.
- ARROW, K. J.; DEBREU, G. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. **Econometrica**, v. 22, p. 265-290, 1954.
- ARROW, K. J.; ENTHOVEN , A. C. A Theorem on Expectations and the Stability of Equilibrium. **Econometrica**, v. 24, p. 288- 293, 1956.
- ARROW, K. J. **Essays in the Theory of Risk - Bearing**. Amsterdam: North-Holland, 1970. 278p.

ARROW, K. J.; HURWICZ, L. Competitive Stability under Weak Gross Substitutability: The Euclidean Distance Approach. **International Economic Review**, p. 38-49, 1960.

ARROW, K. J.; HURWICZ, L. Competitive Stability under Weak Gross Substitutability: Non – linear Price Adjustment and Adaptive Expectations. **International Economic Review**, v. 3, n. 2, p. 233-255, May 1962.

ARROW, K. J.; HURWICZ, L. Some Remarks on the Equilibria of Economic Systems. **Econometrica**, v. 28, p. 640-646, 1960.

ARROW, K. J.; HURWICZ, L. On the Stability of the Competitive Equilibrium, part.1. **Econometrica**, v. 26, p. 522-552, 1958.

ARROW, K. J.; HAHN, F. H. **General Competitive Analysis**. San Francisco: Holden-Day, 1971.

ARROW, K. J.; MACMANUS, M. A Note on Dynamic Stability. **Econometrica**, v. 26, p. 297-305, 1958.

ARROW, K. J.; NERLOVE, M. **A Note on Expectation and Stability**. **Econometrica**, v. 26, p. 297-305, 1958.

ARROW, K. J. **Social Choice and Individual Values**. New York: J. Wiley, 1951. 99p.

BERTRAND, J. Théorie des Richesses. **Journal des Savants**, p. 449 – 508, 1883.

BLAUG, M. **História do pensamento econômico**. Lisboa: Dom Quixote,.. 1984. (2v.).

BOYER, C. **História da matemática** São Paulo: Editora Edgard Blücher. LTDA,1996.496p.

CHAMBERLIN, E. H. **The Theory of Monopolistic Competition**. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1933.

CORNWALL, R. **Introduction to the use of General Equilibrium Analysis**. Amsterdam: North Holland, 1984. 722p.

COURNOT, A. **Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth**. New York: Kelly,1838.

COUTINHO, P. C. Expectativas racionais com informação assimétrica: uma introdução. **Revista de Econometria**, v. 13, n. 1, p. 79-104, abr. 1993.

DAAL, J. V.; JOLINK, A. **The Equilibrium Economics of Leon Walras**. New York: Routledge, 1990.531p.

DEBREU, G. **Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium**. New York: Wiley, 1959.114p.

DEBREU, G. Economic Theory in the Mathematical Mode. **The American Economic Review**, v. 74, n. 3, p. 267-278, 1984.

DEBREU, G. The Application to Economics of Differential Topology and Global Analysis. **The American Economic Review**, v. 66,n. 2. p. 281-287, 1976.

DEMANGE, G. Free Entry and Stability in a Cournot Model. **Journal of Economic Theory**, v. 40,n. 2, p. 283-303, 1986.

EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. **General Equilibrium**. New York: W.W. Norton, 1990. 346p.

EDGEWORTH, F. Y. **Mathematical Psychics**. London: Routledge Kegan Paul, 1881.

EVES, H. **Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics**. New Your: Dover Publications, 1990.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.843p.

FARREL, M. J. The Convexity Assumption in the Theory of Competitive Markets. **Journal of Political Economy**, v. 67, n. 4, p. 377-391, Aug. 1959.

FISHER, F. M. A Non – Tâtonnement Model with **Production and Consumption**. **Econometrica**, v. 44, p. 907-938, Sep.1976.

FISHER, F. M. The Hahn Process with Firms but no Production. **Econometrica**, v. 42, p. 471-486, 1974.

FISHER, F. M. **Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics**. Econometric Society Monographs in Pure Theory, 1990. 363 p.

FUCHS, G.; LAROQUE, G. **Dynamics of Temporary Equilibria and Expectations**. Paris: **Laboratoire d' Econométrie, Ecole Polytechnique**, 1975.

FURTH, D. Stability and Instability in Oligopoly. **Journal of Economic Theory**, v. 40, n. 2, p.197-228,1986.

GALE, David. **A Note on Global Instability of Competitive Equilibrium**. Office of Naval Research, 1960.

GANEM, A. Teoria neoclássica: a face econômica da razão positiva. **Literatura Econômica**, v. 11, n. 2, p.267-279, jun. 1989.

GÄRDING, L. **Encontro com a matemática**. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1981.323p.

GORDON, R. H. Negative Quasi-Definiteness and the Global Stability of General Equilibrium. **Econometrica**, v. 42, n. 1, p.197-198, Jan. 1974.

GRANDMONT, J. M. Relatório sobre o trabalho científico de Maurice Allais. **Literatura Econômica**, v. 11, n. 3, p.561-600, out. 1989.

GRANDMONT, J. M.; YOUNÉS, Y. On the Role of Money and the Existence of a Monetary Equilibrium. **Review of Economic Studies**, v. 39, p. 355-372, 1972.

GRANDMONT, J. M.; YOUNÉS, Y. On the Efficiency of a Monetary Equilibrium. **Review of Economic Studies**, v.40, p. 149-165, 1973.

GRANDMONT, J. M. **Temporary General Theory**. **Econometrica**, v. 45, n. 3, p. 535-572, Apr. 1977.

GREEN, J. R. The Stability of Edgeworth`s Recontracting Process. **Econometrica**, v.42, n. 1, p. 21-34, jan. 1974.

GREEN, J. R. Temporary General Equilibrium in a Sequential Trading Model with Spot and Future Transactions. **Econometrica**, v. 41, p. 1103-1123, 1973.

HABIBAGAH, H. ; QUIRK, J. Hicksian Stability and Walras`s Law. **Review of Economic Studies**, v. 49, n. 2, p. 249-258, apr. 1973.

HAHN, F. H. **A Stable Adjustment Process for a Competitive Economy**. **Review of Economic Studies**, v. 29, p. 62-65, Oct. 1961.

HAHN, F. H. **Equilibrium and Macroeconomics**. New York: Themit Press, 1985. 314p.

HAHN, F. H. Gross Substitutes and the Dynamic Stability of General Equilibrium. **Econometrica**, v. 26, p. 169-170, 1958.

HAHN, F. H. On The Stability of Pure Exchange Equilibrium. **International Economic Review**, v. 3, p. 206-214, may 1962.

HAHN, F. H.; NEGISHI, T. A Theorem on Non - Tâtonnement Stability. **Econometrica**, v. 30, p. 463-469, jul. 1962.

HICKS, J. R. **Value and Capital**. Oxford: Clarendon, 1939.276p.

HICKS, J. R. Léon Walras. **Econometrica**, v. 2, n. 4, p. 338-348, oct. 1934.

HOTAKA, R. Some Basic Problems on Excess Demand Functions. **Econometrica**, v. 39, n. 2, p. 305- 307, mar. 1971.

INGRAO, B.; ISRAEL, G. **The Invisible Hand**. Cambridge: The Mit Press, 1990.491p.

KAMYIA, K. **A Globally Stable Price Adjustment Process**. *Econometrica*, v. 58, p.11481-1486, 1990.

LANGE, O. **Price Flexibility and Employment**. Bloomington: The Principia Press, 1944.150p.

LAROQUE, G.; GRANDMONT, J. M. **Stability of Cycles and Expectations**. *Journal of Economic Theory*, v. 40, p. 138-151, 1986.

LAUNHARDT, W. **Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre**, 1885. (v. 1)

MASCOLEL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. **Microeconomic Theory**. Oxford: Student Edition , 1995 .981p.

MARSHALL, A. **Principles of Economics**. London: Macmillan, 1920.

MCKENZIE, L. W. On Existence of General Equilibrium for a Competitive Market . *Econometrica*, v. 27, p. 54-71, 1959.

MCKENZIE , L. W. Stability of Equilibrium and the Value of Positive Excess Demand. *Econometrica*, v. 28, n. 3, p. 606-617, 1960.

MENEZES, F. M. Equilibrium Theory in Infinite Dimensional Spaces. *Revista de Econometria*, v. 13, n. 1, p. 105-111, abril 1993.

MEROZ, A. Tjalling Koopmans. *Literatura Econômica*, v. 5, n. 1, p.17-24, 1983.

MEROZ, A. Kenneth Arrow. *Literatura Econômica*, v. 4, n. 2, p.153-170,1982.

MEROZ, A. John Hicks. *Literatura Econômica*, v. 3, n. 6, p.527-546, 1981.

MEROZ, A. Wassily Leontief. *Literatura Econômica*, v. 4, n. 3, p.309-322,1982.

MEROZ, A. Paul Anthony Samuelson. *Literatura Econômica*, v. 3, n. 4, p. 221-268, 1981.

MEROZ,A. Leonid Kantorovich. *Literatura Econômica*, v.4, n. 6, p. 743-748, 1982.

METZLER , L. A .**The Stability of Multiple Markets : The Hicks Conditions**. *Econometrica* , v.13, p. 277-292, 1945.

MORET, J. **Emploi des Mathématiques en Economie Politique** . Paris: Giard-Brière, 1915. 1 v.

MORGENSTERN, O. Abraham Wald: 1902-1950. *Econometrica*, v. 19, n. 4, p. 361-367, oct. 1951.

MORISHIMA, M. A. Generalization of the Gross Substitute System. *Review of Economic Studies*, v. 37, n. 2, p. 177-186, apr.1970.

MORISHIMA, M. A. The Stability of Exchange Equilibrium: An Alternative Approach. **International Economic Review**, v. 3, n. 2, may 1962.

MUKHERJI, A. A. Locally Stable Adjustment Process. **Econometrica**, v. 63, n. 3, p. 441-448, 1995.

MUKHERJI, A. On the Sensitivity of Stability Results to the Choice of the Numeraire. **Review of Economic Studies**, v. 40, n. 3, p. 427-433, jul. 1973.

NAGEL, E. Assumption in Economic Theory. **American Economic Review**, v. 43, n.3, p. 211-219, May 1953.

NEGISHI, T. **General Equilibrium Theory and International Trade**. Amsterdam: North-Holland, 1972.412p.

NEGISHI, T. On the Formation of Prices. **International Economic Review**, v. 2, n.1, p. 123-126, jan. 1961.

NEGISHI, T. The Stability of a Competitive Economy: A Survey Article. **Econometrica**, v. 30, p. 635-669, 1962.

NEGISHI, T. A Note on the Stability of an Economy where All Goods Are Gross Substitutes. **Econometrica**, v. 26, p. 445-447, 1958.

NIKAIDÔ, H.; UZAWA, H. Stability Non – Negativity in a Walrasian Tâtonnement Process. **International Economic Review**, v. 1, n. 1, p. 50-59, jan. 1960.

PRADO, E. F. S. A Constelação Pós - Walrasiana. **Revista de Economia Política**, v. 14, n.4, out./dez. 1994.

QUIRK, J. P. Complementary and Stability of Equilibrium. **The American Economic Review**, v. 60, n. 3, p. 358-363, jun. 1970.

ROBINSON, J. **The Economics of Imperfect Competition**. London: Macmillan, 1933.

SAAVEDRA-RIVANO, N. Novos métodos matemáticos em economia dinâmica: uma resenha bibliográfica. **Literatura Econômica**, v.11, n. 3, p. 637-644, out. 1989.

SAMUELSON, P. A. **Journal of Economic Literature**, Sep. 1998.

SAMUELSON, P. A. **The Foundations of Economic Analysis**. Cambridge: Harvard University Press, 1947. 380p.

SAMUELSON, P. A. The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics. **Econometrica**, v. 9, p. 97-120, apr. 1941.

SAMUELSON, P. A. The Stability of Equilibrium: Linear and Non – Linear Systems. **Econometrica**, v. 10, n. 1, p. 1-25, jan. 1942.

SAPOSNIK , R.; QUIRK, J. **Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics**. New York: McGraw-Hill, 1968. 221p.

SCARF , H. Some Examples of Global Instability of the Competitive Equilibrium. **International Economic Review**, v. 1, p. 157-172, sep. 1960.

SCHUMPETER, J. A. **Dez grandes economistas**. Editora Civilização Fronteira, 1958.70p.

SCHUMPTER , J. A. **História da análise econômica**. Editora Fundo de Cultura, 1964. 1009p. (3 v.).

SHEPARD, R. W. **Theory of Cost and Production Functions**. New Jersey: Princeton University Press, 1970. 343p.

SILK, L. **Os economistas**. Rio de Janeiro: Zahar editores, 1980.

SMALE, S. A Convergent Process of Price Adjustment and Global Newton Methods. **Journal of Mathematical Economics**, v. 3, p.107-120, 1976.

SMALE, S. Dynamics in General Equilibrium Theory. **American Economic Association**, v. 66, n. 2, p .288-294, 1976.

SPIVAK, M. **Calculus**. Houston: Publish or Perish, 1994.670p.

STACKELBERG, H. von. **Marketform and Gleichgewicht**. Vienna and Berlin: Julius Springer, 1934.

STRUJK , D. J. **História concisa da matemática**. Portugal: Gradiva Lisboa, 1997.395p.

TAAR, DAVID G. Expectations and Stability with Gross Complements. **Review of Economics Studies**, v. 45, n.171, oct. 1978.

FARIAS, T. A.; PRADO, E. F. da S. As raízes da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo. In: FARIAS, T. A.; PRADO, E. F. da S. **Uma abordagem histórica sobre a teoria da estabilidade na análise do equilíbrio competitivo**. São Paulo: Esalq-USP, 1999. (Cap. 3).

FARIAS, T. A; SILVA, L.E; RODRIGUES, J.H.S. As raízes da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo em mercado único: as contribuições de Walras e Marshall. **Revista de Economia Mackenzie**, v. 11, n. 1, São Paulo, SP, p.28-57, 2013.

TOLIPAN, R. A necessidade da história do pensamento econômico. **Literatura Econômica**, v. 4, n. 6, p. 729-742, 1982.

UZAWA , H. On the Stability of Edgeworth's Barter Process. **International Economic Review**, v. 3, p. 218-232, may. 1962.

UZAWA , H. The Stability of Dynamic Process. **Econometrica**, v. 29, n. 4, p. 617-631, Oct. 1961.

WALD , A. On Some Systems of Equations of Mathematical Economics. **Econometrica**, v. 19, p. 368-403, 1952.

WALKER , D. A. Walras' Theories of Tâtonnement. **Journal of Political Economy**, v. 95, n. 4, p. 758-774, 1987.

WALRAS , L. **Compêndios dos elementos de economia política pura**. São Paulo: Nova Cultural, 1996. 352p. (Coleção Os Economistas).

WALRAS, L. **Elements of Pure Economics**. Translated by William Jaffé (1954). Homewood: Irwm, 1926.

WEINTRAUB , E. R. On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-1954. **Journal of Economic Literature**, v. 21, p. 1-39, 1983.