

# UM ESTUDO SOBRE O ENDIVIDAMENTO PÚBLICO NO BRASIL E IMPLICAÇÕES

Mario Jorge Mendonça<sup>1</sup>  
Tito Belchior Silva Moreira<sup>2</sup>  
Luis Alberto Medrano<sup>3</sup>  
George Henrique Cunha<sup>4</sup>

## RESUMO

Este artigo objetiva revisar o problema da sustentabilidade do endividamento público brasileiro entre 2002 e 2015. Os principais resultados empíricos mostram que a dívida bruta causa no sentido de Granger a dívida líquida e com base no modelo dinâmico fatorial foi feita previsão da dívida líquida do setor público que alcança 44% do PIB em agosto de 2016. Além disso, no período entre setembro de 2015 a agosto de 2016 foi prevista uma retração de 3,5% do PIB. Os resultados também mostram que as variações das dívidas bruta e líquida afetam negativamente a taxa de crescimento da economia brasileira.

**Palavras-chaves:** Dívida bruta; Dívida líquida; Sustentabilidade; Crescimento econômico, causalidade de Granger; Modelo dinâmico fatorial.

## ABSTRACT

This article aims revisiting the sustainability issue of Brazilian public debt in the period of 2002 to 2015. The main empirical results show that gross debt Granger cause net debt and based on factorial dynamic model was done a forecast of net debt of public sector which reaching 44% of output in august 2016. Moreover, in the period between September 2015 and august 2016 was predicted a retraction of 3.5% of output. The results also show that variations of the gross and net debts negatively affect Brazilian economic growth.

**Keywords:** Gross and net debts; Sustainability; Economic growth; Granger causality; Factorial dynamic model.

**JEL:** H63; H68; O4.

## 1 INTRODUÇÃO

A análise da sustentabilidade do endividamento público no Brasil tem sido feita com base no conceito de dívida líquida do setor público<sup>5</sup> (DLSP). Desde meados de 2003 a dívida líquida do setor público caiu de 60% do PIB em janeiro de

<sup>1</sup> Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. E-mail: [mario.mendonca@ipea.gov.br](mailto:mario.mendonca@ipea.gov.br)

<sup>2</sup> Doutor em Economia pela Universidade de Brasília (2001); Professor/pesquisador do Departamento de Economia da Universidade Católica de Brasília e Pesquisador pelo CNPq. E-mail: [tito@pos.ucb.br](mailto:tito@pos.ucb.br)

<sup>3</sup> Estatístico. Mestre em Estatística pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Doutor em Estatística pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. E-mail: [Imedrano10@msn.com](mailto:Imedrano10@msn.com)

<sup>4</sup> Economista; Mestre em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco; Doutor em Economia pela Universidade de Brasília. E-mail: [george@ucb.br](mailto:george@ucb.br)

<sup>5</sup> Engloba o setor público como um todo incluindo além do governo geral, o Banco Central do Brasil (BCB) e as empresas estatais não financeiras exceto Petrobrás e Eletrobrás.



2003 para 33% do PIB em janeiro de 2014. Vários trabalhos indicaram a sustentabilidade do endividamento (GOLDFAJN, 2002; GOLDFAJN; GUARDIA, 2003; SILVA; PIRES, 2006). Mendonça, Pires e Medrano (2008), com base numa abordagem iniciada por Garcia e Rigobon (2004), utilizam o modelo Markov Switching com o objetivo de captar mudanças estruturais de comportamento na administração da dívida pública<sup>6</sup>. Os autores projetaram a trajetória da dívida pública a partir de 2008 por meio de simulações de Monte Carlo sendo que os resultados indicaram que a dívida pública brasileira era sustentável no médio prazo.

No entanto, mais recentemente tem se percebido o fato de que o exame da dívida líquida para responder à questão da sustentabilidade apresenta sérias restrições<sup>7</sup>. A dívida líquida, dívida bruta<sup>8</sup> menos ativos (haveres), tem diminuído não por que a dívida bruta tem diminuído, ao contrário, o endividamento bruto do governo geral<sup>9</sup> tem crescido saindo de 48,0 % do PIB em 2006 e chegando a 60,0% do PIB em agosto de 2015. Se considerarmos a dívida bruta do setor público essa tem crescido com intensidade bem maior indo de 64,0% a 74% do PIB no mesmo período. De fato, o que aconteceu para que a dívida líquida apresentasse uma trajetória declinante é que os haveres públicos também cresceram fortemente tanto ao nível do governo geral como para o setor público consolidado. A observação de que os ativos aumentaram mais do que proporcionalmente em relação à dívida bruta em proporção do PIB, resulta numa queda da dívida líquida como proporção do PIB e traz à tona os seguintes pontos.

Primeiro, os superávits primários não foram usados para reduzir a dívida bruta, mas sim para financiar a aquisição de novos ativos. Segundo, a evolução da dívida líquida no futuro depende de fatores que regem a dinâmica da dívida bruta e os ativos. No caso da dívida deve-se considerar, dentre outros fatores, a taxa de juros implícita que depende dos indexadores, vencimento, maturação, etc. Quanto ao ativo, temos que a rentabilidade, inadimplência, etc. são alguns dos fatores a

---

<sup>6</sup> Ver também Mendonça, Medrano e Sachsida (2011).

<sup>7</sup> Considera-se que a dívida bruta é melhor como medida de risco de rolagem da dívida, enquanto a dívida líquida seja mais apropriada para mensurar o risco de solvência.

<sup>8</sup> Atualmente existem duas séries para a DBGG. A série calculada pela metodologia antiga engloba todos os títulos do Tesouro mantidos na carteira do BCB. Nesse caso tais títulos entram no cálculo da dívida bruta sendo que os títulos que o Banco emitia visando a política monetária não eram considerados. A série calculada pela metodologia nova a partir de 2006 não leva em conta o estoque de títulos do Tesouro na carteira do Bacen, somente as operações compromissadas.

<sup>9</sup> Inclui as administrações diretas federal, estaduais e municipais, as administrações indiretas e o Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).

serem considerados. Quanto mais distintos forem os parâmetros que regem a dívida em relação ao ativo, menor a probabilidade de que o ativo funcionará como *hedge* para a dívida bruta. Por exemplo, se grande parte dos ativos do tesouro junto ao BNDES são utilizados pela instituição de fomento como créditos subsidiados para financiar poucas empresas que operam dentro e fora do país, então pode haver um grande risco de crédito em função da alta concentração de recursos em posse de poucas empresas ou setores, o que tornaria tais ativos ou haveres garantias duvidosas.

Em terceiro lugar, dependendo do modo como esses haveres são financiados o acúmulo de haveres pelo setor público, onde se destacam as reservas internacionais e os créditos às instituições oficiais, podem comprometer a eficiência da política monetária. O acúmulo grande de reservas internacionais teve como efeito colateral o aumento das operações compromissadas que são utilizadas para financiar a aquisição das divisas. Também os créditos concedidos às instituições oficiais podem ter efeito sobre a política monetária tanto quando é feito por meio de recursos orçamentários como, sobretudo, por meio da entrega de títulos públicos diretamente ao BNDES. Nesse caso, o BNDES faz o papel de uma autoridade monetária, pois vende títulos do tesouro no mercado para financiar seus projetos de investimentos. No momento da venda dos títulos há uma redução de liquidez na economia, mas ao liberar recursos para os projetos eleitos ocorre alavancagem dos créditos da economia. Esse é um caso curioso, pois tais operações lembram quando o Banco do Brasil também funcionava como autoridade monetária até 1986.

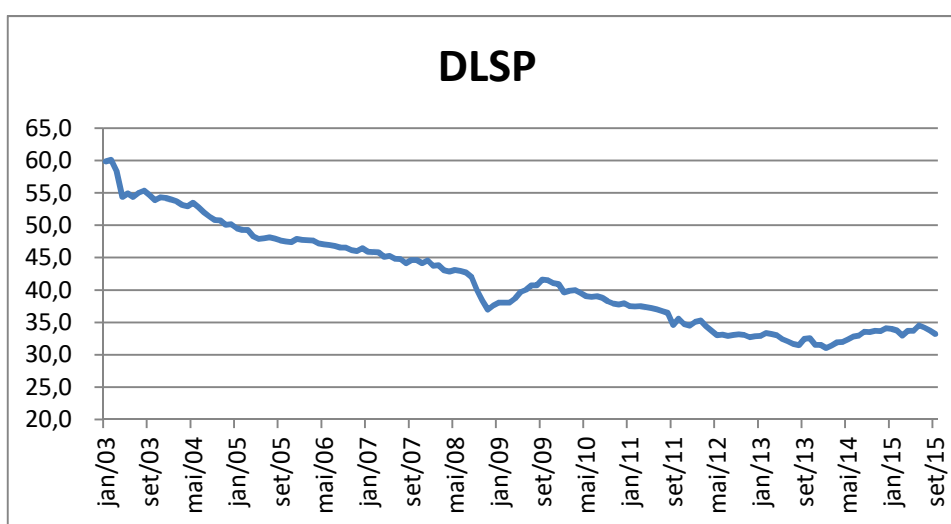
Ante o exposto, este estudo tem como objetivo revisar o problema acerca da sustentabilidade do endividamento público no Brasil investigando a evolução da dívida bruta do setor público, a relação entre os seus passivos e haveres, a implicação futura da dívida bruta sobre a dívida líquida além de fazer previsão sobre a dívida bruta do governo geral para os próximos dois anos. Assim sendo este estudo está estruturado da seguinte forma. Na seção dois, procura-se encontrar as conexões entre o passivo e o ativo do setor público procurando ressaltar a importância de se considerar as implicações do aumento da dívida bruta sobre a sustentabilidade do setor público. Na seção três aplicamos o teste de causalidade de Granger de modo a verificar se o aumento da dívida bruta no presente implica em aumento da dívida líquida no futuro. Na quarta seção introduzimos o modelo

dinâmico fatorial (MDF) com o propósito de modelar a previsão da evolução da dívida bruta do setor público (DBSP). A descrição e comentários referentes à base de dados são apresentados na seção cinco, enquanto os resultados obtidos pelo MDF são mostrados e comentados na seção seis. A seção sete avalia o efeito que o aumento da dívida bruta exerce sobre o crescimento do PIB. Por fim, a seção oito destina-se aos comentários finais.

## 2 RELAÇÃO ENTRE A DÍVIDA LÍQUIDA E A DÍVIDA BRUTA E IMPLICAÇÕES

Desde meados de 2003 a dívida líquida do setor público (DLSP) vinha numa trajetória fortemente descendente passando de 60% do PIB em janeiro de 2003 para 31,5% do PIB em janeiro de 2014. Isso parecia indicar que a questão da sustentabilidade da DLSP como foco de atenção dos economistas era coisa do passado. No entanto, desde essa data parece ter havido uma mudança na trajetória da dívida líquida observando-se uma reversão na trajetória descendente da DLSP. O fato é que até o momento presente, cerca de quase dois anos desde janeiro de 2014, a DLSP conforme mostra o gráfico abaixo continua aumentando o que suscita a questão de que a sustentabilidade da dívida pública pode novamente ser objeto de análise.

Gráfico 1



A fim de iniciar nossa investigação acerca do que está por trás da elevação da DLSP desde janeiro de 2014 iremos utilizar algumas definições básicas. Notemos que a dinâmica da DLSP é definida pela seguinte:

$$DLSP = DLSP_{-1} + JUROS + DPRIM + AJST \text{ (ou } \Delta DLSP \equiv DN + AJST) \quad (1)$$

ou seja, a DLSP no final de um dado período contábil é dada pelo valor da mesma no final do período anterior ( $DLSP_{-1}$ ) somado ao juros nominais (*JUROS*), o déficit primário (*DPRIM*) do setor público e aos ajustes patrimoniais (*AJST*) ocorridos no período. O déficit primário (*DPRIM*) é definido na identidade (2) abaixo:

$$DPRIM \equiv \text{Desp Prim} - \text{Rec Prim} \quad (2)$$

onde a diferença entre as despesas primárias (*Desp Prim*) e receitas primárias (*Rec Prim*), ou seja, o déficit primário é dado pelo valor total das despesas públicas correntes excluindo aquelas relativas ao pagamento de juros sobre a dívida pública<sup>10</sup> menos o valor total das receitas públicas primárias (ou seja, o valor total das receitas públicas correntes de bens excluindo aquelas relativas ao recebimento de juros sobre os haveres públicos). Carvalho Jr. e Feijó (2015) fazem um estudo minucioso sobre as metodologias de apuração dos resultados primário e nominal, ou seja, os resultados fiscais considerando-se a evolução das dívidas líquida e bruta no âmbito da Lei da Responsabilidade Fiscal.

Ao considerar os ajustes patrimoniais (*AJST*), i.e., mudanças na DLSP que não têm qualquer associação com o tamanho relativo das despesas e receitas correntes (tanto primárias como com juros) do setor público, nota-se que esses ajustes podem ser divididos em três grandes grupos, quais sejam, (i) ajustes cambiais; (ii) ajustes relativos às privatizações e (iii) ajustes devidos ao reconhecimento de dívidas (ou, no jargão, esqueletos). Os primeiros refletem as mudanças no valor (em R\$) da DLSP (denominada em moeda estrangeira ou indexada à taxa de câmbio) causadas por variações cambiais, enquanto que os segundos refletem os recursos obtidos pelo governo com a venda de suas empresas ao setor privado e os terceiros refletem novas dívidas criadas por conta de decisões judiciais e/ou políticas.

A definição de dívida líquida do setor público que aparece em (1) é feita tomando os valores correntes. Contudo, a medida correta para o acompanhamento dessa variável e seu impacto sobre a economia, se faz por meio da chamada razão

---

<sup>10</sup> Mas, curiosamente, incluindo as “despesas de investimento” (em capital fixo), ainda que essas sejam formalmente “despesas de capital” e não “despesas correntes”. Ver Blanchard e Giavazzi (2004) para mais detalhes.

entre a DLSP e o PIB<sup>11</sup>. Pode-se demonstrar que a razão DLSP/PIB ( $d$ ) pode ser expressa da seguinte forma<sup>12</sup>:

$$d_t = (1 + r_{t-1} - g_t)d_{t-1} + f_t + x_t \quad (3)$$

De acordo com a equação (3) observa-se que a trajetória da relação entre a dívida pública e o PIB ( $d$ ) está diretamente determinada pelo comportamento de variáveis macroeconômicas fundamentais tais como a taxa de juros real<sup>13</sup> ( $r$ ) e a taxa de crescimento real do PIB ( $g$ ), bem como o déficit primário como proporção do PIB ( $f$ ) e os ajustes patrimoniais também como proporção do PIB ( $x$ ). Obtendo-se a trajetória para estas variáveis, é possível calcular a trajetória esperada para a DLSP.

O gráfico (2) a seguir apresenta a evolução dos principais componentes da DLSP. Nele são mostradas as séries acumuladas nos últimos doze meses dos juros nominais, os ajustes cambiais, a necessidade de financiamento do setor público (NFSP) e o efeito do crescimento do PIB (EFPIB) sobre a dívida líquida. Todas as variáveis foram tomadas em relação ao PIB. A NFSP é a soma dos juros nominais e o déficit primário. A equação (3) mostra que o efeito do crescimento do PIB tem efeito negativo sobre a razão dívida/PIB ( $d$ ).

Podemos com base no gráfico 2 intuir por que a relação dívida/PIB começa a crescer a partir de janeiro de 2014. Em primeiro lugar, tanto o pagamento de juros quanto a NFSP crescem acentuadamente a partir dessa data. Nota-se que a NFSP e o juros seguem juntos não apenas na mesma direção assim como quantitativamente indicando que o resultado primário está tendo pouco efeito sobre o resultado da NFSP na medida em que aumenta. De fato, para o ano de 2014 o resultado primário foi negativo ficando em 0,60 do PIB enquanto que para 2015 o saldo acumulado até setembro se mantém negativo estando em 0,10 do PIB.

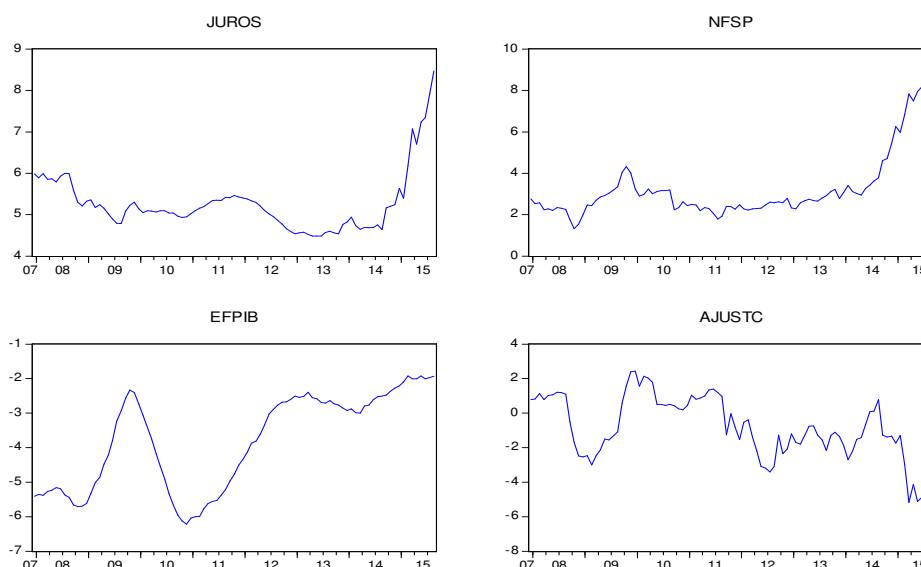
<sup>11</sup> A explicação para se usar a razão dívida/PIB como medida certa para se acessar o endividamento se deve ao fato de que a arrecadação e outras receitas do governo que afetam a dívida estão diretamente relacionadas com o PIB.

<sup>12</sup> Para detalhes acerca da derivação, ver Mendonça, Pires e Medrano (2008).

<sup>13</sup> Que por sua vez embute a taxa de juros nominal e a inflação de modo que  $1 + r_{t-1} = \frac{(1 + i_{t-1})}{(1 + \pi_t)}$ ,

onde  $\pi_t$  é a taxa de inflação.

Gráfico 2 - Evolução dos condicionantes da DLSP (% PIB)



Note ainda que o efeito do crescimento do PIB sobre a redução do endividamento tem diminuído fortemente desde o início de 2014. Embora a maior queda tenha se dado a partir de meados de 2010, podemos perceber que no período mais recente a contribuição do PIB para mitigar o endividamento está próxima de um nível crítico. Destaca-se que o ajuste cambial foi o único fator condicionante que contribuiu de modo mais significativo para diminuir a dívida. Em suma, importa ter em mente que o pagamento de juros é o principal fator condicionante para a reversão da trajetória da DLSP a partir de janeiro de 2014. A questão que se coloca é por que o pagamento de juros se tornou tão expressivo a ponto de causar reversão na trajetória de queda da DLSP. De modo a responder essa questão é necessário investigar o que provocou o aumento dos dispêndios de juros. Isso é algo que deve ser feito no âmbito da dívida bruta, pois como se sabe se define a dívida líquida sendo a dívida bruta (DB) menos os ativos do setor público (ATSP), ou seja,

$$DLSP = DBSP - ATSP \quad (4)$$

Uma conexão entre a dívida bruta e a dívida líquida que nos permite avançar na discussão pode ser obtida da seguinte forma. Podemos reescrever (1) de modo que

$$\Delta DLSP \equiv DLSP - DLSP_{-1} = JUROS + DPRIM + AJST = DN + AJST$$

$$\Delta DLSP = DN + AJST \quad (1')$$

De (4) ficamos com  $\Delta DLSP = \Delta DBSP - \Delta ATSP$  e rearranjando essa expressão encontramos que  $\Delta DBSP = \Delta DLSP + \Delta ATSP$ , daí utilizando (1') chegamos a expressão que nos diz que  $\Delta DBSP = DN + AJST + \Delta ATSP$ . Desconsiderando os ajustes patrimoniais, temos por fim que

$$\Delta ATSP = \Delta DBSP - DN \quad (5)$$

onde a variação dos ativos deve corresponder na ausência de ajuste patrimonial a diferença entre a variação da dívida bruta e o déficit nominal.

A tabela 1 apresenta a evolução da dívida bruta do setor (DBSP). Chegamos à DBSP a partir da dívida bruta do governo geral (DBGG) divulgada pelo Banco Central. Para tal, somamos à DBGG os passivos do Bacen que inclui a base monetária (BM), outros depósitos no Bacen (OUTSBC) e as demais contas do passivo da autarquia. Não se inclui aqui as operações compromissadas visto que essas já estão inclusas na DBGG. A variação da DBSP menos o déficit nominal (DN) é o que definimos, na ausência do ajuste patrimonial, como a parte não explicada (NEXPSP). Contudo, como é mostrado em (5) essa parte não explicada representam o aumento do ativo do setor público.

Tabela 1

EVOLUÇÃO DA DÍVIDA BRUTA DO SETOR PÚBLICO (Em R\$ milhões)										
	2,006	2,007	2,008	2,009	2,010	2,011	2,012	2,013	2,014	2,015
DBGG	1,336,645	1,542,852	1,740,888	1,973,424	2,011,522	2,243,604	2,583,946	2,747,997	3,252,449	3,743,681
VARIAÇÃO		206,207	198,036	232,536	38,098	232,082	340,343	164,050	504,452	491,232
BM	121,102	146,617	147,550	166,073	206,853	214,235	233,371	249,510	263,529	228,447
OUTSBC	1,025	-1,546	17,157	-3,097	-2,972	-4,100	-3,398	36,983	25,301	32,880
DBSP	1,458,772	1,687,923	1,905,595	2,136,400	2,215,403	2,453,739	2,813,920	3,034,490	3,541,278	4,005,008
VDBSP		229,150	217,672	230,805	79,003	238,336	360,181	220,570	506,788	463,730
RPRIM		-88,078	-103,584	-64,769	-101,696	-128,710	-104,951	-91,306	32,536	8,423
JUROS		162,538	165,511	171,011	195,369	236,673	213,863	248,856	311,380	408,319
NFSP		74,460	61,927	106,242	93,673	107,963	108,912	157,550	343,916	416,742
NEXPSP		154,690	155,745	124,563	-14,670	130,373	251,269	63,021	162,872	46,988
AJST		21,396	-78,426	80,886	17,677	-66,626	-56,560	-95,923	-96,075	-407,344

Fonte: Banco Central.

Obs.: Notas. Dados referentes ao mês de dezembro de cada ano, com exceção de 2015 cuja informação se refere ao mês de setembro.



A razão entre saldo acumulado dos ajustes patrimoniais e o saldo acumulado da parcela não explicada (NEXPSP) se situa em 63,4% no período de 2006 a 2015, o que significa que 36,7% do acumulado da NEXPSP foi usado para financiar a compra de ativos. Logo nossa próxima etapa é investigar como se sucedeu este aumento de ativos.

A tabela 2 mostra a evolução dos ativos e passivos do setor público. Esta tabela permite visualizar quais as contas que estão impactando de modo mais severo no endividamento e quais os tipos de ativos estão sendo priorizados. Inicialmente, a análise do endividamento público e dos haveres do setor público entre 2006 até 2011 já recebeu atenção de outros economistas (SCHETTINI, 2014; GOBETTI; SCHETTINI, 2010; PELLEGRINI, 2011). Essa fase da economia é marcada por um período de boa performance na economia onde se verificou um bom desempenho dos principais indicadores econômicos tal como baixa inflação, crescimento econômico, baixo desemprego e bom desempenho no balanço de pagamentos.

Tabela 2

DÍVIDA BRUTA E ATIVOS DO SETOR PÚBLICO (% PIB)											
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	
Dívida líquida do setor público não financeiro (M = L + J)	44.90	42.96	36.71	39.28	36.46	33.67	31.12	30.75	32.99	33.59	
Dívida líquida do setor público (L = E - K)	45.74	43.76	37.51	40.00	37.08	34.24	31.72	31.35	33.70	34.42	
Dívida bruta do setor público (E = C + D)	<b>62.80</b>	<b>64.83</b>	<b>62.26</b>	<b>65.33</b>	<b>64.46</b>	<b>64.01</b>	<b>64.98</b>	<b>64.43</b>	<b>68.77</b>	<b>74.92</b>	
Dívida Interna do setor público (C = A + B)	<b>56.55</b>	<b>60.54</b>	<b>57.59</b>	<b>61.98</b>	<b>61.64</b>	<b>61.53</b>	<b>62.24</b>	<b>61.52</b>	<b>65.34</b>	<b>70.64</b>	
Governo Geral (A)	48.03	51.44	50.50	55.18	48.29	48.24	51.55	49.91	54.99	60.44	
Dív. Mobiliária federal em mercados	44.55	44.31	39.80	41.14	40.38	39.93	39.71	38.59	38.78	43.58	
Operações compromissadas	<b>3.21</b>	<b>6.90</b>	<b>10.46</b>	<b>13.66</b>	<b>7.43</b>	<b>7.81</b>	<b>11.12</b>	<b>10.25</b>	<b>14.65</b>	<b>15.14</b>	
Dív. dos governos estaduais	0.26	0.24	0.23	0.38	0.49	0.50	0.73	1.07	1.55	1.72	
Bacen (B)	<b>8.52</b>	<b>9.10</b>	<b>7.10</b>	<b>6.80</b>	<b>13.35</b>	<b>13.29</b>	<b>10.69</b>	<b>11.61</b>	<b>10.36</b>	<b>10.19</b>	
Base monetária	5.03	5.39	4.75	4.99	5.32	4.90	4.95	4.84	4.77	3.98	
Depósitos no Bacen	3.45	3.76	1.80	1.90	8.10	8.49	5.81	6.06	5.12	5.64	
Outras contas	0.04	-0.06	0.55	-0.09	-0.08	-0.09	-0.07	0.72	0.46	0.57	
Dívida externa (D)	<b>6.25</b>	<b>4.30</b>	<b>4.67</b>	<b>3.35</b>	<b>2.81</b>	<b>2.48</b>	<b>2.74</b>	<b>2.90</b>	<b>3.43</b>	<b>4.28</b>	
Ativo do setor público (K = F + G + H + I)	17.06	21.07	24.75	25.33	27.38	29.77	33.26	33.07	35.07	40.50	
Créditos da união às instituições oficiais (F)	<b>0.51</b>	<b>0.52</b>	<b>1.39</b>	<b>4.35</b>	<b>6.60</b>	<b>7.30</b>	<b>8.63</b>	<b>9.05</b>	<b>9.88</b>	<b>9.96</b>	
Aplicações em fundos e programas (G)	2.09	2.02	1.99	2.22	2.47	2.28	2.40	2.25	2.47	2.39	
Reservas Internacionais (H)	<b>7.66</b>	<b>11.84</b>	<b>14.93</b>	<b>12.54</b>	<b>12.57</b>	<b>14.52</b>	<b>16.45</b>	<b>16.31</b>	<b>17.37</b>	<b>22.53</b>	
Outros Ativos (I)	6.80	6.69	6.45	6.22	5.74	5.68	5.78	5.45	5.34	5.62	
Disponibilidades do governo geral	0.89	1.09	1.20	1.17	1.20	1.23	1.34	1.39	1.24	1.46	
Recursos do FAT	5.09	4.72	4.38	4.21	3.77	3.60	3.63	3.56	3.66	3.76	
Crédito do Bacen às inst. Financeiras	0.83	0.87	0.87	0.85	0.77	0.85	0.81	0.50	0.44	0.39	
Dívida líquida das estatais (J)	0.84	0.80	0.80	0.71	0.62	0.57	0.60	0.60	0.71	0.83	

Fonte: Elaboração dos autores.

Obs.: Notas. Dados referentes ao mês de dezembro de cada ano, com exceção de 2015 cuja informação se refere ao mês de setembro.

A estabilidade econômica permitiu que o Tesouro e o Banco Central tivessem como diretrizes principais no que se refere à gerência do endividamento público i) trocar a dívida externa por dívida interna, além de impor mudanças significativas na composição da dívida interna no que se refere aos indexadores e quanto ao perfil de maturação do endividamento público; ii) devido aos saldos positivos no balanço de pagamentos, o Tesouro passou a emitir títulos da dívida interna para adquirir divisas e avançar no programa de recompra de títulos da dívida externa; e iii) o crescimento das operações compromissadas está relacionado sobretudo com a acumulação de reservas internacionais desde 2006. Notadamente, para conter a expansão da base monetária, o BCB realiza operações de mercado aberto como meio de restringir a liquidez da economia.

As três diretrizes listadas acima são facilmente visualizadas na tabela 2. Do lado do passivo temos que a dívida externa cai fortemente desde 2006 até 2011<sup>14</sup> enquanto as operações compromissadas se intensificam a partir de 2007 crescendo fortemente a partir de 2012, notadamente quando as reservas internacionais apresentam as maiores taxas do período. A troca de dívida externa por dívida interna fez com que essa última tenha crescido 5,00 p.p. do PIB de 2004 a 2006. A queda dos depósitos compulsórios no período 2008-2009 foi uma medida tomada devido à crise de 2008. Os bons fundamentos da economia até então ainda permitiram que a administração da dívida interna tivesse se caracterizado pela redução da parcela da dívida indexada ao câmbio e à taxa Selic aumentando a participação de prefixados e indexados a índices de preços, além de aumentar o prazo médio da dívida reduzindo o percentual a vencer em doze meses.

Pelo lado do ativo do setor público, os fatores que mais influíram na sua composição foram reservas internacionais, o que já foi comentado, e o crédito da união às instituições oficiais principalmente a partir da crise do *subprime* em 2009. Esse último composto, sobretudo, pelos empréstimos feitos ao BNDES. É bom ressaltar que a expectativa quanto a tais empréstimos é que eles terão efeitos negativos permanentes após 2011 em termos de pouca rentabilidade, possibilidade alta de inadimplência, efeitos alocativos perversos, etc. Sendo assim antes de avançarmos iremos fazer uma descrição acerca disso. As concessões de

---

<sup>14</sup> Pode-se observar que a partir de 2011 há tendência de elevação da dívida externa como proporção do PIB.

empréstimos ao BNDES começaram em 2008 no montante de R\$ 12,5 bilhões com a transferência de recursos orçamentários. No entanto, o que aconteceu a partir de 2009 é o que devemos levar em maior consideração na análise do endividamento. Nesse ano a União transferiu cerca de R\$ 2,3 bilhões ao banco público com empréstimo contratado junto ao Banco Mundial. Também em agosto de 2008 foi editada uma medida provisória<sup>15</sup> que estimava a demanda de recursos para o BNDES entre 2008 e 2010 em torno de 295 bilhões<sup>16</sup>. Diferentemente do que havia ocorrido nas duas concessões anteriores<sup>17</sup>, os créditos desta vez foram concedidos com base na concessão direta de títulos públicos às instituições financeiras oficiais, sobretudo, como concessão direta ao BNDES<sup>18</sup>.

Não iremos entrar na discussão acerca das justificativas de cunho econômico que estão por traz dos aportes do Tesouro ao BNDES, mas sim tentaremos examinar as possíveis implicações disso. Mesmo que fosse o caso de que as concessões feitas pela União tenham como objetivo promover o crescimento econômico, não se deve desconsiderar os custos associados a tais concessões que podem ser significativos. Isso por que as reservas cambiais são remuneradas a taxa de juros próxima de zero<sup>19</sup> e os empréstimos da União ao BNDES cuja remuneração segue a TJLP<sup>20</sup> têm remuneração bastante inferior ao custo médio de captação destes recursos por meio da emissão de títulos públicos. Em suma, o custo fiscal da acumulação de haveres financeiros pelo governo é função direta do diferencial de rendimento entre estes haveres e as obrigações do governo.

Vejamos as possíveis implicações dos empréstimos feitos pela União ao BNDES. Se a aquisição do ativo é financiada com o aumento da dívida pública e o rendimento do ativo é inferior ao custo da dívida pública, num um primeiro momento, não há aumento da dívida líquida, apenas da dívida bruta e do ativo. Dessa forma, a dívida líquida inalterada. Entretanto, no caso de uma conjuntura econômica desfavorável como, por exemplo, o aumento da inflação ou retração na atividade econômica; o aumento do déficit público é uma consequência inevitável, pois os juros líquidos devidos (juros pagos menos recebidos) pelo governo irão aumentar.

---

<sup>15</sup> MP 439

<sup>16</sup> R\$ 95 bilhões em 2008 e R\$ 200 bilhões em 2009-2010.

<sup>17</sup> R\$ 12,5 bilhões e 2,3 bilhões.

<sup>18</sup> Existe a questão que tal operação fere a Lei Orçamentária Anual da União, pois os recursos foram repassados sem prévia autorização na mesma. Não iremos entrar neste trabalho na polêmica dessa questão.

<sup>19</sup> Vigentes nos países centrais.

<sup>20</sup> Taxa de Juros de Longo Prazo

Assim, é fácil perceber por que a dívida líquida se mantém inalterada no médio prazo, embora existam fortes evidências de que a deterioração do contexto macroeconômico implique no aumento futuro da dívida líquida.

Em outras palavras, o cenário econômico de estabilidade que permitiu a melhora no perfil da dívida tem se deteriorado fortemente. O aumento da inflação que vem sendo observado desde 2009 e o baixo crescimento econômico apontando para índices negativos em 2015 e 2016 devem implicar numa dívida mais custosa em termos da composição de indexadores e prazo de rolagem. A queda do PIB implicará na queda da arrecadação o que faz complicar ainda mais a situação fiscal. A tabela 1 mostra que o resultado primário de 2014 foi negativo, o mesmo se verificando até setembro de 2015. Assim, na ausência de compensação por meio do aumento do superávit primário o efeito é a maior necessidade de financiamento do setor público sendo que o efeito cabal é a reversão da queda da dívida líquida e novo aumento da dívida bruta.

Outro ponto importante é que os títulos emitidos pelo Tesouro como forma de concessão de crédito para o BNDES devem ou deverão circular em mercado. De fato, não é sabido com exatidão qual o destino desses títulos. Contudo, caso tenhamos como hipótese o fato de que pelo menos parte desse aporte seja negociada em mercado teremos necessariamente um aumento dos meios de pagamentos o que pode ter efeito no aumento das operações compromissadas no caso da elevação do meio circulante esteja pressionando a inflação.

Vimos que o exame pontual do conceito de dívida líquida (dívida bruta menos ativos do setor público) pode encobrir questões importantes acerca da sustentabilidade do endividamento público. Portanto, cabe indagar se é possível saber ter alguma ideia acerca do comportamento futuro da dívida líquida com base na performance presente da dívida bruta. Na seção seguinte procuraremos responder esta questão com base no teste de causalidade de Granger entre dívida bruta e dívida líquida.

### **3 TESTE DE CAUSALIDADE ENTRE DÍVIDA LÍQUIDA E DÍVIDA BRUTA**

Neste subitem discute-se se há alguma relação de causalidade entre dívida bruta do governo geral (DBGG) e dívida líquida do governo geral (DLGG) com base na abordagem de Granger. Antes do teste de causalidade de Granger far-se-á um

teste de co-integração de Johansen entre as duas variáveis. Esta investigação é importante porque possivelmente a DBGG terá algum efeito sobre a DLGG. Por exemplo, como já demonstrado os empréstimos concedidos pela União para o BNDES são contabilizados na DBGG aumentando-a. Entretanto tais valores destinados ao BNDES são emprestados a taxas subsidiados à clientela do Banco do Fomento e no final a diferença entre a taxa de captação dos recursos no mercado pelo Tesouro Nacional e a taxa de empréstimos subsidiadas realizados pelo BNDES vai ser paga pelo próprio Tesouro Nacional. Nesse contexto, o valor dos subsídios de tais operações contribui para o aumento das despesas do governo e, portanto, para o incremento da dívida líquida. Destaque-se que no momento que o tesouro repassa recursos para o BNDES aumenta a dívida bruta, mas não há alteração na dívida líquida. Somente após algum tempo é que será contabilizado como despesas do Tesouro o prejuízo gerado pela diferença de taxas, ou seja, o valor do subsídio. Dessa forma, fica claro como a DBGG precede temporalmente a DLGG, isto é, a DBGG causa no sentido de Granger a DLGG<sup>21</sup>.

No anexo A, tabela A0, observa-se o teste de seleção de *lags* entre as séries DLGG e DBGG. Os testes mostram que a seleção de sete defasagens é a mais adequada com base em quatro critérios (LR, FPE, AIC e HQ). Com base na tabela A1 em anexo, apenas dois modelos atendem os requisitos para o teste de co-integração pelos critérios das estatísticas do “Traço” e “Máximo auto-valor”. O primeiro modelo não inclui intercepto e nem tendência e o segundo modelo apresenta intercepto, mas não a tendência. O segundo modelo apresentado na tabela A2 mostra que o intercepto é estatisticamente significativo, o que descarta o primeiro por má especificação.

A equação de co-integração é dada por  $DLGG = 411.822,4 + 0,314*DBGG$ . O coeficiente estimado do parâmetro co-integrante (0,314175) também é estatisticamente significativo com um erro-padrão de 0,04046 e uma estatística t no valor de 7,76530. A tabela em anexo A2 também apresenta os vetores de correção de erros (VCE). O nosso interesse é verificar se as duas variáveis co-integram, pois dessa forma fica evidenciado que a regressão dessas variáveis não é espúria. Destaque-se que a relação de co-integração é vinculada a movimento do longo

---

<sup>21</sup> Para maiores detalhes econométricos veja Granger (1969) e Hamilton (1993).

prazo, que é o nosso interesse. Os movimentos de curto prazo são estudados através de modelos dinâmicos (VCE).

Como o teste de co-intergração não reflete causalidade, utilizamos a teste de causalidade de Granger no sentido de uma variável preceder temporalmente a outra. Diz-se que uma variável X causa-Granger uma variável Y se, na média, o evento Y é verificado toda vez que o evento X ocorreu algum período antes.

A tabela A3 em anexo mostra o teste de causalidade de Granger com sete defasagens (*lags*), onde são testadas duas hipóteses. A primeira hipótese nula “DBGG não causa-Granger a DLGG” não é aceita com uma estatística F no valor de 2,51 e um p-valor no valor de 0,0187. A segunda hipótese nula “DLGG não causa-Granger DBGG” não é rejeitada com uma estatística F no valor de 1,29 e um p-valor de 0,2580. Os resultados empíricos mostram que a DBGG causa no sentido de Granger a DLGG. Esse é um resultado muito importante, pois mostra que uma tendência de alta da DBGG, mais cedo ou mais tarde, causará um incremento da DLGG. Com base nesse resultado uma possível prescrição para a política fiscal, seria não aumentar a DBGG.

Dessa forma, os formuladores de política econômica devem prestar mais atenção na evolução da DBGG, se a intenção deles for a de zelar pela sustentabilidade da dívida pública ou a de perseguir uma política fiscal responsável, no sentido de levar em conta a existência de uma restrição orçamentária intertemporal.

#### **4 APLICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO FATORIAL (MDF) PARA PREVISÃO DA DBSP**

Tendo mostrado ao longo do texto a importância da dívida bruta na questão do endividamento público e visto que, no caso brasileiro, é essa que determina o comportamento futuro da dívida líquida e, portanto, a sustentabilidade da dívida pública; iremos nesta seção apresentar um modelo de previsão da dívida bruta do setor público. Vários estudos já foram realizados com objetivo de projetar a dívida pública. Projeções para a dívida foram realizadas por Goldfajn (2002), Goldfajn e Guardia (2003) e Silva e Pires (2006).

Garcia e Rigobon (2004) a partir da percepção de que os fatores condicionantes da DLSP são estocasticamente correlacionadas modelaram a

dinâmica da DLSP por meio de um vetor auto-regressivo (VAR). Neste sentido, temos que o “risco sistêmico” incidente sobre a DLSP pode ser modelado o que, por sua vez, permite que se façam simulações com vistas a lançar luz sobre a gama de trajetórias possíveis para a dívida pública brasileira. Mendonça, Pires e Medrano (2008) avançaram na abordagem desenvolvida por Garcia e Rigobon (2004) utilizando o modelo Markov Switching com o objetivo de captar mudanças estruturais de comportamento na administração da dívida pública.

Embora as abordagens visando à modelagem da dívida pública listadas acima tenham trazido contribuições importantes para compreensão da dinâmica da dívida pública, tais modelos não são capazes de contemplar a complexidade inerente à problemática do endividamento na medida em que a dinâmica do endividamento público está ligada à dinâmica de diversos fatores da economia e dificilmente podem ser num modelo mais simplista composto apenas por um conjunto pequeno de variáveis. Tivemos oportunidade de ilustrar esse ponto quando analisamos a evolução de algumas das variáveis que aparecem na tabela 2 da seção 2. Anand e van Wijnbergen (1989) desenvolvem uma abordagem integrada das diversas variáveis envolvidas no problema da dívida pública mostrando que o crescimento do produto, a taxa de inflação, a taxa de câmbio e outras variáveis macroeconômicas estão fortemente conectadas à questão fiscal.

Tendo em vista que a análise do endividamento não é um problema circunscrito apenas às séries da dívida, mas envolve um grande número de outras variáveis, para fazer previsão da dívida bruta faremos uso do modelo dinâmico fatorial (MDF) que tem como característica fundamental incorporar um grande número de variáveis no conjunto de variáveis endógenas. Assim, o MDF pode modelar as variáveis de interesse com maior confiabilidade na medida em que ao agregar variáveis outras no modelo, o MDF alarga o conjunto de informação ao aproveitar as correlações existentes entre as variáveis. Além disso, conforme foi dito, não é necessário estabelecer uma trajetória para qualquer variável para fazer previsão por meio do MFD. Outro ponto importante é que o uso do MFD permite percepções importantes por meio da redução de dimensionalidade (isto é, de aumento no grau de agregação) do modelo. Se, de algum modo, a informação contida nas relações entre os vários tributos puder ser passada para um conjunto menor de variáveis, nossa habilidade de identificar a “verdadeira” estrutura dos

dados será melhor. Com efeito, quanto menor a dimensionalidade do modelo mais fácil será entendê-lo.

Diferentemente do que em geral é feito na literatura (SÁFADI; PENA, 2007), o componente sazonal das diferentes séries é modelado endogenamente, permitindo obter um melhor ajustamento e previsões mais precisas sobre a dinâmica futura das séries envolvidas. Aplicamos, finalmente, procedimentos de inferência bayesiana – Kim e Nelson (1999); West e Harrison (1997); Carter e Kohn (1994) Gammerman e Lopes (2007), entre outros – que, entre outras vantagens, permitem resultados mais confiáveis em contextos em que a dimensão temporal da base de dados é pequena em relação ao espaço da dimensionalidade dos parâmetros – além de outras dificuldades, dificilmente tratáveis por meio de procedimentos “frequentistas” (GELMAN; CARLIN; STERN; RUBIN, 2003, p. 696). A seguir, apresentamos o modelo dinâmico fatorial (MDF). Detalhes específicos acerca do procedimento de estimação do modelo e previsão aparecem no Anexo B.

#### **4.1. Definição de modelo fatorial**

O modelo fatorial pertence à classe de modelos de variáveis latentes, que são ferramentas importantes para a análise de dados multivariados. Uma razão dessa importância é a redução de dimensionalidade que proporcionam. Num conjunto grande de variáveis é natural a possibilidade de existir alta colinearidade entre elas, pois existem apenas algumas fontes de informação comuns contidas nos dados. Se, de algum modo, a informação presente nas inter-relações de muitas variáveis puder ser passada, com boa aproximação, para um conjunto muito menor, a habilidade de ver a estrutura nos dados será melhor. O objeto da análise fatorial é reduzir as dimensões de modo que sejam apenas usadas as fontes de informação mais importantes. A ideia é que a informação contida nas variáveis que são mais correlacionadas pode ser mapeada por um subconjunto menor de variáveis latentes denominado fator. Os fatores devem ser não correlacionados, pois representam fontes independentes de informação. A redução de dimensionalidade aumenta a eficiência computacional resultante da ausência de correlação e da redução de dimensionalidade. Dado que os fatores são ortogonais, sua matriz de covariância não condicional é diagonal.



Além disso, essa redução de dimensionalidade faz com que os modelos fatoriais sejam parcimoniosos quando comparados com outros que analisam dados multivariados, sem proporcionar essa redução de dimensionalidade, como os modelos VAR (HAMILTON, 1993), que são muito usados na literatura econométrica e lidam melhor quando o conjunto de variáveis é restrito. Mais detalhes a respeito das vantagens do uso de modelos fatoriais podem ser encontrados em Bartholomew (1987). Como foi dito, o objeto da análise fatorial é descrever a variabilidade original do vetor aleatório  $y_t$  em um número menor de variáveis aleatórias (fatores) não correlacionadas. Assim um modelo fatorial pode ser representado da seguinte forma

$$y_t = \beta f_t + e_t, \quad e_t \sim N(0, \Sigma), \quad (6)$$

onde  $y_t$ ,  $f_t$  e  $e_t$  são vetores de dimensão  $m$ ,  $k$ ,  $m$ . Os fatores são independentes de modo que o vetor de fatores  $f_t$  tem distribuição  $f_t \sim N(0, I_k)$  onde  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$ . Os vetores  $e_t$  e  $f_s$  são independentes para todo  $t$  e  $s$ .  $\beta$  é a matriz de carga  $m \times k$  dos fatores. Assim, sendo a variância de  $y_t$  condicionada a  $\beta$  e  $\Sigma$

$$V(y_t | \beta, \Sigma) = \beta \beta' + \Sigma. \quad (7)$$

#### 4.1.1. Modelo fatorial dinâmico

Suponha  $m$  variáveis relacionadas que obedecem à distribuição normal multivariada denotada por  $N(0, \Omega)$  onde  $\Omega$  denota uma matriz  $m \times m$  não singular de variância-covariância. Uma amostra aleatória de tamanho  $T$  é denotada por  $\{y_t, t = 1, \dots, T\}$ . O modelo utilizado nesse estudo é dado por

$$\begin{aligned} y_t &= \beta f_t + \xi_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma) \\ f_t &= \Gamma_1 f_{t-1} + \Gamma_2 f_{t-2} + \dots + \Gamma_p f_{t-p} + w_t, \quad w_t \sim N(0, \Lambda) \end{aligned} \quad (8)-(9)$$

onde  $y_t$ ,  $f_t$ ,  $\varepsilon_t$  e  $w_t$  são vetores de dimensão  $m$ ,  $k$ ,  $m$  e  $k$ , respectivamente,  $\beta$  é uma matriz  $m \times k$ ,  $\Gamma_i = \text{diag}(\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \dots, \gamma_{ik})$ ,  $i = 1, \dots, p$ ,  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$  e  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ .

Para algum inteiro positivo específico  $k \leq m$ , o modelo supracitado relaciona cada  $y_t$  com um vetor  $k$ -dimensional de variáveis aleatórias  $f_t$ , os fatores comuns,

que obedecem a uma estrutura auto-regressiva  $AR(p)$ , e um componente sazonal,

$S_t = (S_{1t} \ S_{2t} \ \dots \ S_{mt})^T$  (West e Harrison, 1997), definida por

$$S_{it} = \sum_{j=1}^6 \left[ a_{ij} \text{sen} \left( \frac{2\pi jt}{12} \right) + b_{ij} \cos \left( \frac{2\pi jt}{12} \right) \right] = \varphi_i X_t,$$

onde,

$$X_t = \left( \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{12} \right) \ \text{sen} \left( \frac{2\pi 2t}{12} \right) \ \dots \ \text{sen} \left( \frac{2\pi 6t}{12} \right) \ \cos \left( \frac{2\pi t}{12} \right) \ \cos \left( \frac{2\pi 2t}{12} \right) \ \dots \ \cos \left( \frac{2\pi 6t}{12} \right) \right)^T$$

e

$$\varphi_i = (a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{i6} \ b_{i1} \ b_{i2} \ \dots \ b_{i6}), \text{ para } i = 1, \dots, m.$$

Em problemas práticos, especialmente para valores grandes de  $m$ , o número de fatores  $k$  será pequeno quando comparado com  $m$ , de tal modo que muito da estrutura de variância-covariância é explicada pelos fatores comuns. As variâncias idiossincráticas,  $\sigma_i^2$  medem a variabilidade residual em cada uma das variáveis dos dados uma vez que a contribuição dos fatores já foi considerada.

#### 4.1.2. Restrições no modelo fatorial

Um modelo com  $k$  fatores deve apresentar alguma restrição para ser definido como um modelo único, não apresentando problemas de identificação. Há várias maneiras de identificar o modelo adicionando restrições no  $\beta$ . Optou-se por seguir, aqui, a alternativa usada em Geweke e Zhou (1996) e Aguilar e West (2000), entre outros, ao restringir  $\beta$  de modo que seja uma matriz de bloco triangular inferior, assumindo ser de posto completo, com elementos da diagonal principal iguais a um, como apresentado adiante:

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_{2,1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ \beta_{k,1} & \beta_{k,2} & \beta_{k,3} & \dots & 1 \\ \beta_{k+1,1} & \beta_{k+1,2} & \beta_{k+1,3} & \dots & \beta_{k+1,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \beta_{m,1} & \beta_{m,2} & \beta_{m,3} & \dots & \beta_{m,k} \end{pmatrix}$$

A restrição exposta anteriormente garante que  $\beta$  tenha posto completo  $k$ , resolvendo os problemas de identificação que surgem pela invariância do modelo sob mudanças de locação da matriz  $\beta$ . Ao mesmo tempo, garante que o número de parâmetros livres no tempo  $t$  na representação fatorial não exceda os  $m(m+1)/2$  parâmetros de  $\Omega$  não restrito. Além de resolver os problemas de identificação, essa estrutura de  $\beta$  influencia a interpretação dos fatores e pode impactar no ajuste do modelo e na escolha do  $k$  em particular, mas não tem impacto nas previsões, pois as variâncias e covariâncias entre as séries são independentes da decisão de modelagem.

#### 4.1.3. Especificação das priors

Para completar a especificação do nosso modelo, deve-se atribuir classes de priors para os parâmetros  $f_0$ ,  $\beta$ ,  $\Gamma_i$ ,  $i=1, \dots, p$ ,  $\Sigma$ ,  $\Lambda$  e  $\varphi_i$ ,  $i=1, \dots, m$ . As priors utilizadas são listadas a seguir.

- Vetor de fatores comuns inicial  $f_0 \sim N(m_0, C_0)$ .
- Elementos não nulos da matriz de cargas  $\beta$   $\beta_{ij} \sim N(\mu_0, V_0)$  para  $i > j$ .
- Elementos da matriz diagonal de variância-covariância  $\Sigma$   $\sigma_i^2 \sim IG\left(\frac{n_\sigma}{2}, \frac{n_\sigma S_\sigma}{2}\right)$ , para  $i=1, \dots, m$ .
- Elementos das matrizes diagonais dos coeficientes auto-regressivos  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$   $\gamma_{ij} \sim N(m_r, S_r)$ , para  $i=1, \dots, p, j=1, \dots, k$ .
- Elementos da matriz diagonal de variância-covariância  $\Lambda$   $\lambda_j \sim IG\left(\frac{n_\lambda}{2}, \frac{n_\lambda S_\lambda}{2}\right)$ ,  $j=1, \dots, k$ .
- Elementos dos vetores de coeficientes sazonais  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$   $a_{ij} \sim N(m_s, C_s)$  e  $b_{ij} \sim N(m_s, C_s)$ , para  $i=1, \dots, m$  e  $j=1, \dots, 6$ .

#### 4.1.4. Método MCMC para o modelo fatorial com $k$ fatores

Nosso objetivo é obter as posteriores dos parâmetros do modelo, assim como fazer inferência sobre o processo fatorial  $\{f_t : t=1, 2, \dots, T\}$ . Como uma solução exata

requer o cálculo de integrais intratáveis do ponto de vista analítico, vamos usar o método do amostrador de Gibbs para obter uma aproximação das posteriores de interesse. As posteriores completas necessárias para implementar o algoritmo MCMC se encontram no Anexo B. Para mais informações sobre como calcular essas condicionais completas no contexto de modelos fatoriais indicamos Kim e Nelson (1999).

#### 4.1.5. Previsão do MFD com componente sazonal

Nesta seção, será descrita a metodologia para previsão  $h$  passos à frente, para um modelo de ordem de defasagem  $p=1$  (que será o valor adotado nas análises da seção 6), a extensão para  $p > 1$  ocorre de forma simples e se encontra descrita no Anexo B. O interesse aqui é na densidade preditiva  $h$  passos à frente

$$p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y}) = \int p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta) p(\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta) p(\underline{f}_t, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta | \mathbf{y}) d\underline{f}_{t+h} d\underline{f}_t d\boldsymbol{\beta} d\boldsymbol{\varphi} d\Theta$$

onde

$$\Theta = (\boldsymbol{\sigma}, \underline{\lambda}, \underline{\gamma}), \quad \boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_m), \quad \underline{\gamma} = (\gamma_{11}, \dots, \gamma_{1k}), \quad \underline{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k),$$

$$(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta) \sim N(\boldsymbol{\beta} \underline{f}_{t+h} + \boldsymbol{\varphi} X_{t+h}, \boldsymbol{\Sigma}) \text{ e } (\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\sigma}) \sim N(\underline{\mu}_h, \mathbf{V}_h),$$

com  $\underline{\mu}_h = \Gamma_1^h \underline{f}_t$  e  $\mathbf{V}_h = \sum_{k=1}^h \Gamma_1^{k-1} \boldsymbol{\Lambda} (\Gamma_1^{k-1})^T$ , para  $h > 0$ .

Portanto, se  $\{(\boldsymbol{\beta}^{(1)}, \underline{f}_t^{(1)}, \boldsymbol{\varphi}^{(1)}, \Theta^{(1)}), \dots, (\boldsymbol{\beta}^{(M)}, \underline{f}_t^{(M)}, \boldsymbol{\varphi}^{(M)}, \Theta^{(M)})\}$  é uma amostra de  $p(\underline{f}_t, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta | \mathbf{y})$ , basta gerar uma amostra de tamanho  $M$  de  $(\underline{f}_{t+h} | \underline{f}_t, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \Theta)$ , isto é, gerar  $\{(\underline{f}_{t+h}^{(1)}), \dots, (\underline{f}_{t+h}^{(M)})\}$ , de modo que

$$\hat{p}(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y}) = M^{-1} \sum_{j=1}^M p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}^{(j)}, \boldsymbol{\beta}^{(j)}, \boldsymbol{\varphi}^{(j)}, \Theta^{(j)})$$

seja uma aproximação de Monte Carlo para  $p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y})$ . Analogamente, uma amostra  $\{\underline{y}_{t+h}^{(1)}, \dots, \underline{y}_{t+h}^{(M)}\}$  de  $p(\underline{y}_{t+h} | \mathbf{y})$  é obtida apresentando  $\underline{y}_{t+h}^{(j)}$  de  $p(\underline{y}_{t+h} | \underline{f}_{t+h}^{(j)}, \boldsymbol{\beta}^{(j)}, \boldsymbol{\varphi}^{(j)}, \Theta^{(j)})$ , para  $j = 1, \dots, M$ .

## 5 BASE DE DADOS

Nesta seção faremos uma descrição da base de dados utilizada para estimar o MDF. Todas as séries estão disponibilizadas no site de séries temporais gerenciado pelo Banco Central do Brasil (Bacen). Os dados são mensais e se referem ao período entre dezembro de 2006 a agosto de 2015.

A dívida bruta do governo geral é equivalente à soma entre a dívida interna (DI) e dívida externa (DE). A dívida interna, por sua vez, é composta por vários segmentos de dívidas dentre as quais apenas a dívida mobiliária de mercado (DFEDM), as operações compromissadas (OPCOM) e a dívida bancária dos estados (DBAEST). Existem outros componentes da DI, mas que não são relevantes em termos de materialidade. Deve-se mencionar que embora a dívida mobiliária na carteira do Bacen seja um número expressivo, pela nova metodologia adotada desde 2008 apenas as operações compromissadas passaram desde então a entrar no cálculo da dívida desconsiderando os títulos do Tesouro na carteira do Bacen. Do lado do passivo do Bacen, apenas as séries da base monetária (BM) e outros depósitos no Bacen (OUTSBC).

Vejam agora dos haveres do setor público. O crédito do setor público é composto pelo crédito do governo geral (CGG) resultante da soma entre “créditos internos” (CI) e “créditos externos” (CE). Os “créditos externos” apresentam valores relativamente irrelevantes em relação à participação no PIB desde janeiro de 2002 onde ficou em 2,26% enquanto em junho de 2015 se situou em 0,0065%. Nesse contexto, nosso foco recai sobre os créditos internos. Os créditos internos são resultantes da soma dos seguintes itens: disponibilidades do governo geral (DISPGG); créditos concedidos a instituições financeiras oficiais (CRFDIOF); aplicações de fundos e programas financeiros (FUND); recursos do FAT (FAT); créditos junto às estatais e demais créditos do governo federal. Esses quatro itens considerados representam 82,5% do crédito interno em janeiro de 2002 e 98,8% em junho de 2015. Entre os principais haveres do Bacen temos as reservas internacionais (RI) e os créditos da autarquia às instituições oficiais (CRBCIOF). Nossa base de dados ainda inclui as seguintes séries

- Produto interno bruto acumulado nos últimos 12 meses (PIB12);
- Índice do produto industrial;
- Índice de atividade do Bacen;
- Taxa de câmbio R\$/US\$;
- Taxa básica de juros – Selic;
- Índice de preços ao consumidor amplo (IPCA);
- Necessidade de financiamento do setor público;
- Juros sobre a dívida interna;
- Receitas Tributárias;
- Receita da Previdência; e
- Despesa Total.

## 6 RESULTADOS DO MODELO FATORIAL DINÂMICO

No anexo C são apresentados tabelas e gráficos da previsão da DBSP derivados do MDF. A previsão é feita para dois anos e vai de setembro de 2015 a agosto de 2017. A previsão da DBSP é feita a partir da previsão obtida das séries dos componentes da dívida interna (DFEDM, OPCOM, DBAEST) e da dívida externa (DE). As séries são apresentadas como percentual do PIB12 também previsto pelo MDF.

De modo a avaliar a capacidade preditiva do modelo  $p$  passos à frente fora da amostra, usamos diversos tipos de critérios tais como o erro quadrado médio (mean squared error – MSE),<sup>22</sup> o desvio absoluto médio (mean absolute deviation – MAD),<sup>23</sup> o erro percentual absoluto médio (mean absolute percentage error – MAPE),<sup>24</sup> o erro percentual médio (mean percentage error – MPE) e o erro acumulado percentual (Erro %). Quando o objetivo específico se trata de checar a *performance* do modelo fora da amostra, ou seja, quando o objetivo é previsão, a literatura econométrica não dispensa muita discussão. Diferentemente, existem diversos critérios concorrentes quando o propósito é avaliar o desempenho do modelo dentro da amostra.<sup>25</sup> Em geral, o critério erro quadrático médio (EQM) é comumente mencionado na literatura econométrica teórica (Stock e Watson, 2010; Lutkpohl, 2007; Hamilton, 1993) quando o objetivo específico é checar a capacidade preditiva do modelo.

No anexo C mostramos os gráficos da previsão para o horizonte de 24 meses da DBSP e dos seus principais componentes em relação ao PIB<sup>26</sup>: a dívida mobiliária federal, as operações compromissadas e a dívida externa. Conforme pode ser visto, a previsão é de subida forte para dívida externa e das operações compromissadas. Em agosto de 2017 elas alcançam os valores, respectivamente, de 10% e 17% do PIB. As A dívida mobiliária federal em 41% do PIB. Também no

$$^{22}. EQM = N^{-1} \sum_{i=1}^N e_i^2 .$$

$$^{23}. DAM = \frac{1}{n} \sum_{j=T+1}^n |e_j| .$$

$$^{24}. MAPE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|e_j|}{y_j} \right] \times 100 .$$

<sup>25</sup>. Os critérios de informação de Akaike, teste de razão de verossimilhança, Hannan-Quinn e Schwarz Bayesiano são exemplos de critérios de escolha de modelos dentro da amostra (Lutkpohl, 2007).

<sup>26</sup> PIB acumulado nos últimos doze meses.

anexo C mostramos a previsão da dívida líquida do setor público (DLSP) para o mesmo horizonte de tempo. Pode-se ver que essa variável também sobe ao longo do período ficando 44% do PIB ao final de dois anos. No anexo C aparece ainda a previsão para o PIB acumulado que mostra que queda forte na atividade econômica. Entre setembro de 2015 a agosto de 2016 a previsão é de retração de 3,5%. É interessante notar que existem sondagens que indicam queda forte no PIB para os próximos dois anos. O comportamento do PIB no caso do endividamento é de fundamental importância para a evolução da razão dívida/PIB. Daí, temos que mesmo que a dívida se mantenha constante, uma queda do PIB provoca aumento do endividamento.

## **7 EFEITOS DA DÍVIDA PÚBLICA SOBRE O CRESCIMENTO ECONÔMICO**

Reinhart e Rogoff (2010) mostram fatos estilizados para uma amostra de 20 países desenvolvidos para o período de 1946 a 2009 referentes à relação negativa entre dívida pública como percentual do PIB e a taxa de crescimento do produto. Os autores mostram que países com dívida pública acima de 90% do PIB têm taxa do crescimento do PIB menor. Sangoi e Tourinho (2015) trabalham com uma amostra de 82 países para o período de 1983 a 2013, incluindo países desenvolvidos e subdesenvolvidos. Eles trabalham com intervalos da razão dívida/PIB ( $Dívida/PIB < 30\%$ ;  $30\% < Dívida/PIB < 60\%$ ;  $60\% < Dívida/PIB < 90\%$ ;  $Dívida/PIB > 90\%$ ) e mostram que em média a medida que aumentam os intervalos dos valores da relação dívida/PIB, há uma redução da taxa de crescimento do PIB respectivamente nos valores de 4,5%, 3,5%, 3,3% e 2,3%.

Nesse contexto, pretendemos testar se há uma relação negativa entre a variação das dívidas bruta e líquida do governo geral como proporção do PIB e a taxa de crescimento da economia brasileira com dados mensais para o período de janeiro de 2002 a dezembro de 2014. Diferentemente dos trabalhos supracitados, não trabalharemos com intervalos da razão dívida/PIB, pois esse tipo de abordagem seria mais adequado para dados em painel.

O modelo estimado de séries temporais é baseado no modelo de crescimento neoclássico de Solow onde a taxa de crescimento do produto (PIB %) é função da variação da formação bruta de capital fixo (FBCF %) e da variação da população economicamente ativa (PEA %). Com relação as variáveis de interesse, utilizamos

duas medidas de dívida como proporção do PIB em termos de variação: dívida bruta do governo geral/PIB (DBGG/PIB %) e dívida líquida do governo geral/PIB (DLGG/PIB %). Além disso, testamos *dummies* para caracterizar períodos a partir da crise do *subprime* em 2009 para verificar se nesse período houve alguma mudança de regime.

Os testes de raiz unitária tipo ADF aplicados nas variáveis utilizadas nas tabelas 4 e 5 mostram que todas as variáveis são estacionárias conforme se verifica na tabela 11 apresentada a seguir. Os resultados são conformados com base nos testes de Phillips-Perron<sup>27</sup>.

Tabela 3 - Teste de Raiz Unitária ADF  
(com intercepto e sem tendência na regressão)

Séries	Lags*	Estatística t	p-valor
FBCF (%)	1	-6,4061	<0,0001
PEA_ (%)	0	-6,8637	<0,0001
DBGG (%)	1	-4,1810	0,0018
DLGG (%)	0	-6,1954	<0,0001

Nota: Tabela elaborada pelos autores. (\*) Critério da escolha do n° lags (SIC)

O método de GMM com Bartlett Kernel, com uso de variáveis instrumentais, conduz às estatísticas apresentadas nas tabelas 4 e 5. A especificação do modelo apresentado na tabela 4 é testada pela estatística J associada com restrições de sobreidentificação. O valor das estatísticas J de 11,24, que apresenta um p-valor de 0,99, não indica evidências para rejeitar a especificação do modelo, indicando que os instrumentos são válidos. Sob a nula de que todos os instrumentos são válidos, a estatística J tem distribuição qui-quadrado no número de instrumentos testados. A falha em rejeitar a hipótese nula significa que o conjunto total de condições de ortogonalidade é válido. A validação dos instrumentos com base na estatística J também é obtida na regressão da tabela 5.

Os resultados apresentados na tabela 4 mostram que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significantes ao nível de 1%, com exceção da variável interativa “DBGG (%)\*D2009” que é significativa ao nível de 7,27%. Nesse caso pode-se dizer que a variável interativa é marginalmente significativa ao nível de 10%.

<sup>27</sup> Para maiores detalhes econométricos veja Hamilton (1993).



Tabela 4 - Variável Dependente: PIB real (%)

Variáveis	Coefficiente (Erro padrão)	Estatística t	p-valor
C	4.493986 (0.047408)	94.79389	<0,0001
FBCF (%)	0.081196 (0.005670)	14.32035	<0,0001
PEA_ (%)	0.001664 (0.000212)	7.838370	<0,0001
DBGG (%)	-4.35E-06 (2.90E-07)	-14.98150	<0,0001
D2009	-1.452138 (0.085477)	-16.98868	<0,0001
DBGG (%)*D2009	-6.98E-07 (3.77E-07)	-1.850413	0.0727
AR (1)	0.694055 (0.014053)	49.38995	<0,0001
AR (4)	-0.298802 (0.013213)	-22.61352	<0,0001
Estatísticas			
R2	0.729805	R2 Ajustado	0.675766
Estatística J	11.24068	Prob. Est. J	0.999955

Fonte: Tabela elaborada pelos autores. Instrumentos: PIB real % (-1 a -8); FBCF % (-1 a -8); ..... PEA\_ % (-1 a -8); DBGG % (-1 a -8); DLGG % (-1 a -8).

Os resultados apresentados na tabela 5 também mostram que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significantes ao nível de 1%, com exceção da variável “PEA (%)” que é significativa ao nível de 7,82%, ou é marginalmente significativa ao nível de 10%. O valor das estatísticas J de 11,43, que apresenta um p-valor de 0,99, também não indica evidências para rejeitar a especificação do modelo. Com base na análise dos correlogramas dos resíduos das regressões referentes às tabelas 4 e 5 respectivamente, observa-se que os resíduos são bem ajustados com base em processos AR e que resultam num ruído branco.

Tabela 5 - Variável Dependente: PIB real (%)

Variáveis	Coefficiente (Erro padrão)	Estatística t	p-valor
C	4.570834 (0.063373)	72.12642	<0,0001
FBCF (%)	0.087296 (0.005355)	16.30321	<0,0001
PEA_ (%)	0.000506 (0.000279)	1.814358	0.0782
DLGG (%)	-8.30E-06 (8.63E-07)	-9.618665	<0,0001
D2009	-1.290306 (0.049311)	-26.16643	<0,0001
DLGG (%)*D2009	-7.05E-06 (1.12E-06)	-6.301357	<0,0001
AR (1)	0.699571 (0.011732)	59.62802	<0,0001
AR (4)	-0.332339 (0.014559)	-22.82762	<0,0001
<b>Estatísticas</b>			
R2	0.740671	R2 Ajustado	0.688805
Estatística J	11.43398	Prob. Est. J	0.999944

Fonte: Tabela elaborada pelos autores. Instrumentos: PIB real % (-1 a -8); FBCF % (-1 a -8); PEA\_ % (-1 a -8); DBGG % (-1 a -8); DLGG % (-1 a -8).

As tabelas 4 e 5 apresentam basicamente o mesmo modelo. Ambas mostram o impacto da variação da dívida sobre a taxa de crescimento do produto. A diferença entre os dois modelos é que na tabela 4 utiliza-se a variação da dívida bruta (DBGG) e na tabela 5 a variação da dívida líquida (DLGG). As variações da formação bruta de capital fixo (FBCF) e da população economicamente ativa (PEA) ajustada pela dedução da taxa de desemprego<sup>28</sup> mostram um impacto positivo sobre a variação do produto real. Os sinais dos coeficientes estimados apresentam os sinais esperados.

O coeficiente estimado do intercepto apresenta sinal positivo com um valor aproximado de 4,5 para ambos modelos e o coeficiente estimado da *dummy*, que identifica a economia brasileira a partir de janeiro de 2009 (D2009 = 1 para período 2009 a 2014, caso contrário D2009 = 0), apresenta sinal negativo no valor aproximado de -1,45 (Tabela 4) e de -1,30 (Tabela 5). Isto significa que a partir da crise do *subprime* o coeficiente estimado do intercepto é reduzido pelo valor do coeficiente estimado da variável “D2009”. Para o período a partir de 2009 o intercepto passa a ser 3,05 (4,5 – 1,45) considerando-se o modelo da tabela 4 e

<sup>28</sup> Com base nas estatísticas da taxa de desemprego (u%) e da população economicamente ativa (PEA) coletadas no IPEADATA transformamos essa variável da seguinte forma: PEA\_ = PEA\*[1 – (u% / 100)]. Dessa forma temos uma *proxy* para a população de trabalhadores ativos que efetivamente estão trabalhando.

3,20 (4,5 – 1,3) considerando-se o modelo da tabela 5. Este período é caracterizado por um impacto negativo sobre a taxa de crescimento da economia brasileira capturado pela redução do valor do intercepto.

Quanto às nossas variáveis de interesse, as variações da DBGG e da DLGG apresentam impactos negativos sobre a taxa de crescimento da economia brasileira no período analisado. Se consideramos o período a partir de 2009, pode-se observar que as variáveis interativas “DBGG (%)\*D2009” (tabela 4) e “DLGG (%)\*D2009” (tabela 5) também apresentam coeficientes estimados negativos. Pode-se destacar que os valores dos coeficientes estimados são muito pequenos, embora estatisticamente diferentes de zero. Os coeficientes angulares mudam com a dívida no período pós crise do *subprime*.

A soma em módulo dos coeficientes estimados das dívidas e das variáveis interativas aumentam com os valores em módulo. Com base na tabela 4 temos um coeficiente angular da variação da DBGG a partir de 2009 no valor de  $-5,048 \cdot 10^{-6}$  ( $-4,35 \cdot 10^{-6}$  -  $0,698 \cdot 10^{-6}$ ). Da mesma forma, com base na tabela 5 temos um coeficiente angular da variação da DLGG a partir de 2009 no valor de  $-15,35 \cdot 10^{-6}$  ( $-8,30 \cdot 10^{-6}$  -  $7,05 \cdot 10^{-6}$ ). Pode-se observar que o impacto (negativo) da DLGG (%) é aproximadamente 3 vezes superior ao impacto da DBGG (%) sobre o crescimento.

Testamos os mesmos modelos referentes às tabelas 4 e 5 introduzindo as variáveis  $[DBGG (\%)]^2$  e  $[DLGG (\%)]^2$  para verificar se havia efeitos não lineares de tais variáveis e os resultados das estimativas não validaram os efeitos não lineares. Realizamos também os mesmos testes para os modelos das tabelas 4 e 5, mas com a utilização de uma variável *dummy* para 2011 (D2011) e os resultados foram similares.

## 8 COMENTÁRIOS FINAIS

Este estudo tem como objetivo revisitar o problema acerca da sustentabilidade do endividamento público no Brasil investigando a evolução da dívida bruta do setor público, a relação entre os seus passivos e haveres, a implicação futura da dívida bruta sobre a dívida líquida além de fazer previsão sobre a dívida bruta do governo geral para os próximos dois anos.

Vimos que o exame pontual do conceito de dívida líquida (dívida bruta menos ativos do setor público) pode encobrir questões importantes acerca da

sustentabilidade do endividamento público. Pelo lado dos ativos do setor público, os fatores que mais influíram na sua composição foram reservas internacionais e o crédito da União às instituições oficiais, em especial BNDES, principalmente a partir da crise do *subprime* em 2009. Nesse contexto avaliamos as possíveis implicações dos empréstimos feitos pela União ao BNDES. Se a aquisição do ativo é financiada com o aumento da dívida pública e o rendimento do ativo é inferior ao custo da dívida pública, num um primeiro momento, não há aumento da dívida líquida, apenas da dívida bruta e do ativo. Dessa forma, a dívida líquida inalterada.

Entretanto, considerando-se a atual conjuntura econômica desfavorável com aumento da inflação e retração na atividade econômica; o aumento do déficit público é uma consequência inevitável, pois os juros líquidos devidos (juros pagos menos recebidos) pelo governo irão aumentar. Assim, fica evidenciado que a dívida líquida se mantém inalterada no médio prazo, embora existam fortes evidências de que a deterioração do contexto macroeconômico implique no aumento futuro da dívida líquida.

Ante o exposto, cabe indagar se é possível ter alguma ideia acerca do comportamento futuro da dívida líquida com base na performance presente da dívida bruta. Nesse contexto, realizamos um teste de causalidade de Granger entre as dívidas líquida (DLGG) e bruta (DBGG) do governo geral. Os resultados empíricos mostram que a DBGG causa no sentido de Granger a DLGG. Esse é um resultado muito importante, pois mostra que uma tendência de alta da DBGG, mais cedo ou mais tarde, causará um incremento da DLGG. Com base nesse resultado uma possível prescrição para a política econômica seria não aumentar e mesmo reduzir a DBGG.

Com o propósito de modelar a previsão da evolução da dívida bruta utilizamos o modelo dinâmico fatorial (MDF). Os resultados mostram que a previsão para o horizonte de 24 meses da DBSP e dos seus principais componentes em relação ao PIB: a dívida mobiliária federal, as operações compromissadas e a dívida externa. Há evidências empíricas de que a previsão é de subida forte para dívida externa e das operações compromissadas. Em agosto de 2016 elas alcançam os valores, respectivamente, de 10% e 17% do PIB. As operações compromissadas não sobem tanto ficando em 17% do PIB na mesma data.

Os resultados empíricos também mostram a previsão da dívida líquida do setor público (DLSP) para o mesmo horizonte de tempo. Pode-se ver que essa variável tal como a dívida bruta sobe chegando a 44% do PIB ao longo do período. Observa-se ainda a previsão para o PIB acumulado que mostra que queda forte na atividade econômica. Entre setembro de 2015 a agosto de 2016 a previsão é de retração de 3,5%. É interessante notar que existem sondagens que indicam queda forte no PIB para os próximos dois anos. O comportamento do PIB no caso do endividamento é de fundamental importância para a evolução da razão dívida/PIB. Daí, temos que mesmo que a dívida se mantenha constante, uma queda do PIB provoca aumento do endividamento.

Por fim testamos se há uma relação negativa entre a variação das dívidas bruta e líquida do governo geral como proporção do PIB e a taxa de crescimento da economia brasileira com dados mensais para o período de janeiro de 2002 a dezembro de 2014. Os resultados empíricos mostram que as variações da DBGG e da DLGG apresentam impactos negativos sobre a taxa de crescimento da economia brasileira no período analisado e que a partir de da crise do *subprime* em 2009 o efeito inverso entre dívida e crescimento se intensificou.

## REFERÊNCIAS

AGUILAR, O.; WEST, M. Bayesian dynamic factor models and portfolio allocation. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 18, n. 3, p. 338-357, 2000.

BARTHOLOMEW, D. J. **Latent variable models and factor analysis**. London: Charles Griffin, 1987.

CARTER, C. K.; KOHN, R. On gibbs sampling for state space models. **Biometrika**, v. 81, n. 3, p. 541-553, 1994.

CARVALHO JR, Antônio Carlos Costa Davila. **Entendendo Resultados Fiscais**. Teoria e Prática de Resultados Primário e Nominal. Brasília, DF: Editora Gestão Pública, 2015.

FRUWIRTH-SCHMATTER, S. Data augmentation and dynamic linear models. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, p. 183–202, 1994.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo**: stochastic simulation for Bayesian inference. Chapman & Hall, 2007.

GARCIA, M and RIGOBON, R. A Risk Management Approach to Emerging Market's Sovereign Debt Sustainability with an Application to Brazilian Data. **NBER Working Paper**, 10.336, 2004.

GELMAN, A.; CARLIN, J. B.; STERN, H. S.; RUBIN, D. B. **Bayesian Data Analysis**, 2003.

GEWEKE, J.; ZHOU, G. Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory. **The Review of Financial Studies**, v. 9, n. 2, p. 557-587, 1996.

GOBETTI, S. W.; SCHETTINI, B. P. **Dívida Líquida e Dívida Bruta: uma abordagem integrada para analisar a trajetória e o custo do endividamento brasileiro**, 2010. (Texto para discussão IPEA n. 1514).

GOLDFAJN, I. Are There Reasons to Doubt Fiscal Sustainability in Brazil? **Technical Note**, n. 25, 2002. Banco Central do Brasil.

\_\_\_\_\_. GUARDIA, E. R. Fiscal Rules and Debt Sustainability in Brazil. **Technical Note**, n. 39, 2003. Banco Central do Brasil.

GRANGER, C. W. J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, August, v. 37, n. 3, p. 424-38, 1969.

HAMILTON, J. **Time series analysis**. Princeton University Press, 1993.

KIM, C. J.; NELSON, C. R. **State-space models with regime switching**. Massachusetts: The MIT Press, 1999.

LUTKEPOHL, H. **New Introduction to Multiple Time Series Analysis**. Springer, 2007.

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. T; SACHSIDA, A. Um modelo econométrico com parâmetros variáveis para carga tributária bruta trimestral. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 41, n. 1, p. 133–162, 2011.

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. T. Aplicação do Modelo Fatorial Dinâmico para Previsão da Receita Tributária no Brasil, 2015. (Texto para discussão do IPEA)

MENDONÇA, M. J., PIRES, M. C., MEDRANO L. A. **Administração e Sustentabilidade da Dívida Pública no Brasil: uma análise com mudança de regime**. Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 38, n. 3, 2008.

PELLEGRINI, J. A. **Dívida Pública e Ativo do Setor Público: o que a queda da dívida líquida não mostra**, 2011. Núcleo de Estudos e Pesquisas do Senado Federal. (Texto para discussão 95)

REINHART, C. M. e ROGOFF, K. S. Growth in a time of debt, NBER W.P. n. 15639, 2010.

SÁFADI, T.; PENA, D. Bayesian analysis of dynamic factor models: an application to air pollution and mortality in São Paulo, Brazil. **Environmetrics**, v. 19, n. 6, p. 582-601, 2007.

SCHETTINI, B. P. A dinâmica recente do endividamento público e das despesas de juros. In: **Finanças Públicas e Macroeconomia no Brasil**: um registro da reflexão do Ipea (2008-2014), 2014. (v. 2).

SILVA, A. M.; PIRES, M.C.C. **Dívida Pública, Poupança em Conta Corrente do Governo e Superávit Primário**: Uma Análise de Sustentabilidade”, 2006. (Texto para Discussão IPEA, n. 1196).

STOCK, J. H. e WATSON, M. W. **Dynamic Factor Models**. Warsaw: Oxford Handbook of Economic Forecasting, 2010.

WEST, M. e HARRISON, J. **Bayesian Forecasting and Dynamic Models**. 2nd Ed. Publisher: Springer-Verlag New York, 1997.