

ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DOS GASTOS EDUCACIONAIS COM ENSINO MÉDIO EM PERNAMBUCO

Karoline Amaral de Almeida¹
Wellington Ribeiro Justo²

RESUMO

O Brasil nas últimas duas décadas vem aumentando os investimentos em educação básica, o crescimento dos investimentos busca resultados satisfatórios na qualidade do ensino. Nesse cenário, Pernambuco apresentou um bom resultado do Índice de desenvolvimento da educação básica (Ideb), obtendo resultados acima da média nacional. Desse modo, o trabalho tem como objetivo analisar a eficiência estática e dinâmica dos gastos educacionais no ensino médio dos municípios pernambucanos no período entre 2017 e 2021. A metodologia utilizada foi a DEA-BBC com orientação para *output* na análise estática e DEA-Malmquist na análise dinâmica e em ambos casos recorrendo à Análise de *cluster* com o método não hierárquico k-médias. Através do DEA-BBC identificou-se que a maioria das DMUS ficou no intervalo, 075-0,99, classificados como tecnicamente ineficientes os municípios situados nesse intervalo. Já na análise dinâmica pelo Dea-Malmquist constatou-se que cerca de 76,68% dos municípios reduziram a produtividade, enquanto 48,63% elevaram a eficiência. De modo geral, pode-se inferir que, embora constatada melhora na eficiência e no progresso técnico, a grande maioria dos municípios encontram-se abaixo da fronteira de eficiência justificada em maior magnitude pelo regresso tecnológico. Parte dessa perda é amenizada pelo efeito positivo na eficiência gerada pelos professores com ensino superior. Assim, mesmo constatados bons resultados de Pernambuco no Ideb do ensino médio, há muito espaço para melhorar a eficiência dos gastos educacionais nos municípios pernambucanos.

Palavras-chave: Despesas com educação; DMUS; DEA-BBC; Malmquist; Eficiência dinâmica.

EFFICIENCY ANALYSIS OF EDUCATIONAL EXPENDITURE WITH HIGH SCHOOL IN PERNAMBUCO

ABSTRACT

Brazil in the last two decades has been increasing investments in basic education, the growth of investments seeks satisfactory results in the quality of education. In this scenario, Pernambuco presented a good result in the Basic Education Development Index (Ideb), obtaining results above the national average. Thus, the objective of this work is to analyze the static and dynamic efficiency of educational expenditures in secondary education in Pernambuco municipalities in the period between 2017 and 2021. The methodology used is the DEA-BBC with output orientation in the static analysis and DEA-Malmquist in the static analysis. dynamic analysis and in both cases making using Cluster Analysis with the non-hierarchical k-means method. Through the DEA-BBC identified- and that the majority DMUS was in the range 075-0.99, municipalities located in this range were classified as technically inefficient. In the dynamic analysis by Dea-Malmquist, it was found that around 76.68% of the municipalities reduced productivity, while 48.63% increased efficiency. In general, it can be inferred that, although an improvement in efficiency and technical progress has been observed, the vast majority of municipalities are below the efficiency frontier justified in greater magnitude by the technological return. Part of this loss is mitigated by the positive effect on efficiency generated by teachers with higher education. Thus, even with the good results of Pernambuco in the Ideb of secondary education, there is much room to improve the efficiency of educational expenditures in Pernambuco municipalities.

Keywords: Education expenses; DMUS; DEA-BBC; Malmquist; Dynamic efficiency.

JEL: A20.

¹ Mestra em Economia pela UFPE. E-mail: karolinealmeida94@hotmail.com

² Doutorado em Economia pelo PIMES/ Universidade Federal de Pernambuco. Professor do Departamento de Economia, URCA e PPGECON, UFPE. E-mail: justowr@yahoo.com.br



1 INTRODUÇÃO

Nos últimos vinte anos os recursos destinados à educação cresceram gradativamente. Muito embora o montante de gastos relativos no Brasil seja maior do que em muitos países desenvolvidos, estes apresentam desempenho dos alunos muito maiores em testes de avaliação como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, o PISA. (OCDE, 2019)

O relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvente Econômicos -OCDE (2019a) mostra que em 2018 o gasto percentual com educação no Brasil foi de 5% do Produto Interno Bruto (PIB) enquanto na Coreia foi de 4,46%. Neste mesmo ano os alunos brasileiros avaliados no PISA apresentaram um rendimento em matemática de 384 pontos, enquanto os alunos coreanos alcançaram 526 pontos.

Ao avaliar o desempenho dos alunos brasileiros com indicadores nacionais também se constata resultados insatisfatórios. Os resultados mensurados pelo Índice de desenvolvimento da educação básica (Ideb) revelam que vários municípios não conseguiram atingir as metas estabelecidas. Para o ano de 2019, Goiás foi o único a atingir a meta estabelecida para o ano, seguido de Pernambuco, que ficou muito próximo da meta estabelecida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Pernambuco tem se destacado no cenário nacional ao apresentar indicadores acima da média nacional para o ensino médio. Esse saldo positivo do estado pode ser visto dada a nota de 4,5 do Ideb (2019) bem próximo da meta estimada de 4,6 e acima da média nacional de 4,2 para o ano. Ao observar os resultados dos 185 municípios pernambucanos destaca-se que 43 não atingiram a meta estabelecida pelo INEP, isso significa que aproximadamente 75% desses municípios atingiram ou superaram a meta de resultados esperados para o ano de 2019.

A literatura dedicada a pesquisar os impactos do gasto público no crescimento econômico é extensa e as correntes de pensamento econômico a este respeito possuem várias aplicações empíricas. Na literatura internacional que avalia a eficiência da educação, Charnes *et al.*(1978), avaliou o programa educacional das escolas públicas através "Follow Through" (programa de otimização) nos Estados Unidos nos anos de 1970. Analisou a eficiências dessas escolas que usado ou não o programa. Observando as entradas e saídas foi criado o modelo conhecido por

CCR, para checar como esse programa influência nos despenhos das escolas avaliadas.

Possuindo em comum o objetivo analisar a eficiência dos gastos públicos com educação básica dos estados brasileiros, os trabalhos Zoghbi (2009), Da Silva e Almeida (2012), Sousa (2016) e Schuster e Zonatto (2017) mostraram que os estados considerado eficientes não são acompanhados de melhoras no despenho educacional (aumento dos indicadores que avaliam educação).

Costa *et al.* (2015), mensura a eficiência das Instituições de ensino superior (IES), avaliar a eficiência dos estados brasileiros quanto aos gastos com educação dos IEF os resultados apontam scores de eficiências altas e queda da produtividade para os IEF. Os resultados das estimações dinâmicas, indicaram que a maioria das universidades estava na fronteira eficiente.

Nos últimos anos Pernambuco vem ganhando destaque nacional na aplicação e expansão de suas políticas públicas de desenvolvimento da educação básica. O estado de vem se consolidando pelo bom desempenho do ensino médio (e suas modalidades) através das notas de indicadores de qualidade e a taxa de aprovação dos alunos dessas escolas.

Nessa abordagem, a eficiência dos gastos deve ser identificada. Desse modo, a eficiência pode ser alocativa ou técnica, a primeira é relacionada a produzir algo minimizando os insumos desse processo. Já a eficiência técnica pode ser orientada para o produto ou insumo, quando orientado ao produto busca a diferença entre o montante efetivo e o montante criado dada a tecnologia disponível (MATTOS; TERRA, 2021).

O balanço positivo dos indicadores de qualidade da educação do ensino médio em Pernambuco, desperta a necessidade em avaliar a eficiência técnica do ensino médio. Essa avaliação da eficiência dos municípios pernambucanos se faz necessária dado o cenário de fortes restrições orçamentárias apresentadas no país nos últimos tempos, onde o investimento em educação básica vem sofrendo com a estagnação.

Em geral, para o caso brasileiro há uma lacuna de estudos que avaliem a eficiência (técnica e dinâmica) dos gastos com ensino médio que levam ao cerne do trabalho estruturado. O objetivo deste estudo é analisar a eficiência dinâmica dos gastos educacionais com o ensino médio para os municípios de Pernambuco no

período entre 2017 e 2021, desse modo, o trabalho permitirá identificar municípios pernambucanos com características educacionais semelhantes mediante análise de *cluster*. E indicar se os municípios estão sendo eficientes tecnicamente em cada período da amostra de 2017, 2019 e 2021.

Devido à disponibilidade de informações das bases usadas, como o Ideb que possui dados a cada 2 anos, a análise se restringiu ao período entre 2017 e 2021. A escolha desse período é pelos recentes dados do ensino médio no âmbito municipal, o INEP começou a calcular o Ideb municipal do ensino médio somente em 2017. Apesar do forte impacto da pandemia do Covid-19 no setor educacional, é decidido incluir 2021 para aumentar o período de avaliação. A abordagem utilizada é semelhante àquela dos estudos empíricos de Schuster *et al.* (2017), Araújo Junior (2019) e Firsova e Chernyshova (2020) que medem a eficiência dos gastos em educação básica através do Data Envelopment Analysis e o (DEA)-BBC-Malmquist. Essa metodologia permite identificar os municípios que apresentam maior eficiência e o comportamento ao longo do tempo.

Existem trabalhos que avaliam a eficiência dos gastos com ensino fundamental para os municípios pernambucanos. Mas não foi encontrado nenhum trabalho que analisasse a eficiência de Pernambuco e seus municípios com gastos em educação do ensino médio. Assim, o presente trabalho poderá contribuir na literatura regional com aplicação dos modelos de análises de eficiência dinâmicos. O estudo é importante enquanto vai analisar a eficiência dos gastos com ensino médio em Pernambuco, observar os gargalos que levam a (in)eficiência deste, assim possibilitando a criação de políticas públicas e os mecanismos que levem a melhorar essa situação.

O presente trabalho está estruturado em cinco partes, incluindo esta introdução. Na seguinte, apresenta-se a revisão de literatura e na terceira é identificada a metodologia e discorre-se sobre o modelo que será utilizado neste trabalho. Na quarta seção é apresentado os resultados e na quinta a conclusão.

2 TRABALHOS EMPÍRICOS SOBRE EFICIÊNCIA DOS GASTOS PÚBLICOS

Entre os trabalhos que estudam a eficiência dos gastos públicos é consenso que a dinâmica de mesurar a eficácia e/ou eficiência, usam de métodos não paramétricos, em sua maioria usando os Data Envelopment Analysis (DEA) e Free Disposal Hull (FDH). O DEA avalia a eficiência de unidades tomadoras de decisão

(DMUS) ao compará-las em termos socioeconômicos semelhantes e o FDH mede a eficiência sem a suposição de convexidade através das relações de dominância entre os feixes de entrada-saída. Nesse aspecto, os trabalhos seguintes dão embasamento para o trabalho aqui proposto.

Na literatura internacional os trabalhos que se destacam são: Johnes (2008), Prasetyo e Zuhdi (2013) e Essid *et al.* (2014), sobre aplicações do modelo DEA-Malmquist na área da educação. Johnes (2008) usa o índice de Malmquist para analisar 112 instituições de ensino superior inglesa, os seus resultados apontam para uma redução de produtividade e eficiência técnica anual das instituições explicadas pelo incremento de tecnologia no período.

Prasetyo e Zuhdi (2013) usou o DEA para analisar o nível de eficiência dos gastos per capita para saúde e educação em 81 países. Encontrou resultados que dos 81 países analisados, apenas 17 se manteve na zona da fronteira de eficiência, e dois desses mantiveram um crescimento do ponto ótimo, apontando para o desenvolvimento humano proporcional nesses países que se mantêm sobre a fronteira.

Essid *et al.* (2014), mensuram a produtividade das escolas secundárias da Tunísia, usando o índice e Malmquist para captar a eficiência técnica e as variações na tecnologia. Foi possível observar que o desempenho interno e o incremento de novas tecnologias possuem impacto na otimização das escolas avaliadas.

No caso brasileiro, o trabalho de Zoghbi *et al.* (2009), avaliou o desempenho e eficiência relativa dos estados brasileiros quanto aos gastos em educação fundamental e média, foi construído uma fronteira de eficiência usando a técnica FDH. Os resultados evidenciaram que os estados com melhor desempenho no ensino não são os mais eficientes e foram poucos estados que ficaram na fronteira de possibilidade de produção. A relação entre eficiência e índice de qualidade, indica que a maioria dos estados analisados não pode ter um melhor desempenho usando o nível efetivo ou um nível menor de gastos. O índice de eficiência orientado para *inputs* mostra que o mesmo de ensino fundamental e médio pode operar com uma redução de recursos de até 50% em certos casos, cabendo ao gerenciamento melhor alocar os recursos disponíveis.

Da Silva e Almeida, (2012) avaliaram os municípios e sua eficácia em utilizar os recursos da educação fundamental, para tanto usaram modelo DEA e FDH para

alcançar este objetivo. Percebendo nos seus resultados que os municípios pequenos, que dispõem de menos recursos, em geral, foram mais ineficientes que aqueles que captaram uma maior fatia do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (Fundeb). Entretanto, este resultado é inválido de forma geral: alguns municípios que apresentaram as maiores quantidades de recursos por aluno foram também os mais ineficientes.

Rosano-Peña et al. (2012) examinaram e georreferenciaram a eficiência dos gastos públicos em educação dos municípios goianos e o recorte de tempo aplicado foi 2005, 2007 e 2009, explicando as variações do índice pela tecnologia e eficiência dos municípios. Utilizaram o Índice de Produtividade de Malmquist combinado com o método DEA e da técnica de Cadeias de Markov. O índice de Malmquist em conjunto com georreferenciamento permitiu identificar e mapear as redes municipais de ensino observando a sua qualidade, mostrando o progresso nos níveis de eficiência dos gastos entre os períodos de 2005-2007 e 2007-2009, além de averiguar a causa dos ganhos de eficiência, a variação da eficiência produtiva e o efeito das mudanças tecnológicas.

Gonçalves et al. (2013), avaliaram quais características dos municípios brasileiros afetam a eficiência deles na educação na década de 90. Realizaram uma análise em três estágios do qual, usa a metodologia SBM (Slacks Based Measure), uma variante dos modelos DEA aditivos dos modelos tradicionais. Foi observado nos resultados uma uniformidade de impactos (demográficos, políticos e de recursos) acerca da eficiência entre os grupos de municípios brasileiros avaliados. E por fim, a descentralização dos gastos educacionais decorrentes do Fundef na maioria das vezes, aumenta a eficiência da gestão da escola.

Savian e Bezerra (2013) avaliam a eficácia dos gastos públicos com educação nos anos iniciais do fundamental usando os anos de 2005 e 2009 para os municípios do Paraná. Usando a metodologia do DEA para medir a eficiência das despesas com educação fundamental. Os resultados do estudo indicaram que os municípios paraenses que atingiram a fronteira de eficiência, possuíam em comum poucas escolas e menor população, ou seja, os pequenos municípios tendem a alocar melhor seus recursos. Os resultados quanto a ineficiência apresenta gastos por aluno mais alto, isso mostra que maiores gastos no ensino não estão relacionados a promover a eficiência local.

Sousa *et al.* (2016) avaliaram a eficiência da alocação dos recursos públicos do ensino fundamental para os municípios do Espírito Santo. Usaram o DEA e a regressão logística para captar os municípios eficientes e qual relação disso com as metas do Ideb deles. Encontraram nos seus resultados uma relação negativa entre gastos em educação e metas atingidas do Ideb, ou seja, nem todos os municípios eficientes atingiram as metas estabelecidas. Mesmo assim, dos 58 municípios analisados, 16 deles se mostraram eficientes na alocação dos recursos e esses apresentaram valores gastos com ensino fundamental e a quantidade de alunos matriculados abaixo da média da amostra.

Lourenço *et al.* (2017), em seu trabalho fazem uma análise da eficiência técnica que se entende como a relação entre o produto potencial e obtido, a análise foi feita nos 250 maiores municípios do Brasil em termos de alunos matriculados no ensino fundamental. Os autores usam a Análise de Envoltória de Dados com abordagem BBC orientado ao *output* para captar a eficiência técnica dos municípios brasileiros considerados maiores. Uma descoberta interessante dessa pesquisa foi a origem dos dez municípios com maior nível de eficiência técnica localizados nas regiões Norte e Nordeste do Brasil, isso mostra que apesar das regiões serem consideradas menos ricas, essas conseguiram produzir o serviço de educação com os insumos disponíveis eficientemente.

Araújo Júnior *et al.* (2019) avaliaram a eficiência dos gastos educacionais no ensino fundamental nos municípios nordestinos entre 2003 e 2013. A metodologia empregada foi por meio de dois estágios, em que no primeiro utilizou-se o DEA BBC e o segundo estágio o modelo de regressão censurado (Tobit). Os resultados apontaram haver uma enorme ineficiência dos gastos em educação nos municípios nordestinos, em especial nos primeiros anos do fundamental. A variável localização implicou em resultados ineficientes para escolas públicas situadas na zona rural, isso pode estar ligado a infraestrutura disponível e a contratação de professores mais qualificados serem mais precários.

O trabalho, de Araújo Júnior *et al.* (2019) evidencia para sociedade que a formação educacional do aluno não é dever apenas da escola. Foi possível observar, que fatores externos como a localização, o grau de escolaridade dos pais entre outros fatores externos possui influência no desempenho do aluno. Então, é preciso pensar em políticas públicas para além das paredes da escola.

Uma aplicação mais recente sobre eficiência dos gastos públicos nos municípios pernambucanos é visto no trabalho de Ferreira (2020), que avaliou a eficiência dos gastos em educação pública no ensino fundamental para os 184 municípios de Pernambuco no período de 2011 a 2017. Verificaram-se índices de produtividades da eficácia e os índices de produtividade da eficiência, usando o modelo DEA-Malmquist. Os principais resultados do estudo mostram que o biênio 2011–2013, a eficácia obteve baixa produtividade e ineficiência técnica que consiste no produto da educação abaixo do esperado com os recursos disponíveis para a maioria da mostra de municípios. No período de 2013–2015, as cidades receberam um misto de recursos significativos, que rendeu a esses ganhos de eficiência e produtividade, mas esses aumentos não prosseguiram no biênio 2015 a 2017.

A validação dos gastos em educação (os resultados criados por ele) possui impacto direto na sociedade, sendo um assunto muito importante. Dados os resultados apresentados nessa seção, é importante examinar o que levou os tomadores de decisões a serem ineficientes. E partindo disso é possível criar políticas que corrijam esses gargalos de ineficiência e tornem os municípios mais eficientes ao aplicar os recursos nas escolas não eficientes e manter as eficientes nesse padrão. Em seguida, Quadro 1 traz os principais indicadores e variáveis usadas como *outputs* e *inputs* pelos autores nos seus trabalhos.

3 METODOLOGIA

3.1 O modelo DEA-BCC

Idealizado por Farrell (1957) e depois estendido por Banker, Charnes e Cooper (1984), o DEA-BCC ou BBC foi criado para analisar DMUS operando com retornos com variáveis de escala. Segundo Ferreira (2020), nessa abordagem do DEA, a fronteira de eficiência é convexa tendo uma superfície mais compacta, dados os retornos variados de escala, assim, os escores obtidos por esse modelo são superiores ao modelo CCR.

Na Programação Linear, Lins e Meza (2000), mostram a existência de duas formas de representa o BBC, sendo eles o primal e o Dual, na primeira tem a forma de multiplicadores e na segunda a forma de envelope. Essas representações do DEA-BBC, podem ser orientadas por *input* e *outputs*.

Os modelos multiplicadores com rendimentos variáveis com orientação ao *input* e *output* apresentados a seguir, diferentes do DEA-CCR são adicionadas variáveis duais u^* e v^* , baseado em Cooper, Seiford, Zhu (2007) se têm:

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} + u_* \\ \text{Sujeito a } &\sum_{i=1}^r v_i x_{i0} = 1 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + u_* \leq 0, \forall k$$

$$v_i, u_j \geq 0, \in \mathcal{R}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Eff_0 &= \sum_{i=1}^r u_i x_{i0} + v_* \\ \text{Sujeito a } &\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} = 1 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + v_* \leq 0, \forall k$$

$$v_i, u_j \geq 0, \in \mathcal{R}$$

O dual na forma de envelope orientado ao *input* e *output*, atendido as condições de convexidade, de (1) e (2), transforma essas equações para a estrutura do Método de Envelope, têm-se as equações (3) e (4) respectivamente:

Min θ

seja sujeito a

$$\begin{aligned}
\theta x_{j0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k &\geq 0, \forall i \\
y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \forall j \\
\sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\
\lambda_k &\geq 0, \forall k
\end{aligned}
\tag{3}$$

Max ϕ

seja sujeito a

$$\begin{aligned}
x_{j0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k &\geq 0, \forall i \\
-\phi y_{j0} - \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \forall j \\
\sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\
\lambda_k &\geq 0, \forall k
\end{aligned}
\tag{4}$$

- θ : Eficiência técnica obtida no modelo dos multiplicadores orientado ao *input*;
- ϕ : Eficiência obtida no modelo dos multiplicadores orientado ao *output*;
- λ_k : valor atribuído a contribuição de cada DMU_k.

3.2 DEA-BBC-Malmquist

Segundo Glewwe; Lambert e Chen (2020) embora a educação seja cumulativa, muitos estudos falham na análise ou estimam efeitos enviesados porque utilizam informações apenas de insumos atuais e não a dinâmica destes insumos. Ademais, desconsideram que as escolas operam em um ambiente político determinado muitas vezes por instâncias mais elevadas.

Assim, para ponderar as críticas dos referidos autores, bem como as de Hanushek (2020), será utilizada a metodologia de DEA-BBC-Malmquist. Para analisar a dinâmica da eficiência dos gastos educacionais no ensino médio em Pernambuco, a metodologia DEA-BBC- Malmquist apresenta-se adequada, dado

que permite a utilização simultânea de insumos e produtos sem que haja a necessidade que as variáveis estejam na mesma unidade.

O modelo por ter orientação para *inputs* ou *outputs*. Para o caso de eficiência de gastos em educação a literatura aponta ser mais adequada a orientação para *outputs*. Ou seja, mensura quanto se pode aumentar o desempenho dos alunos, permanecendo constante a utilização de insumos. Por fim, outra vantagem do método é permitir a análise dinâmica da eficiência identificando o comportamento da eficiência dos gastos educacionais dos municípios ao longo do tempo.

Färe *et al.* (1994), mostram que a função distância com orientação *output* é apresentada na função (1), onde o período está sobrescrito e a orientação subscrita.

$$D_o^t(x^t, y^t) = (\max\{\phi: (x^t, \theta y^t) \in S^t\}) \quad (5)$$

Na função (1), ϕ (F_i) é o fator mínimo que o produto pode ser contraído, permanecendo eficiente tecnicamente, dada a tecnologia utilizada, no período t ; y^t é o *output*, ou seja, produção no período t ; x^t são insumos utilizados no período t ; S^t é o conjunto da produção dada a tecnologia do período t .

O conjunto S^t pode ser apresentado da seguinte forma:

$$S^t = \{(x^t, y^t): x^t \text{ pode produzir } y^t\} \quad (6)$$

A função (2) representa a expansão máxima do vetor y^t (*output*) dado o vetor x^t (*input*). A função distância será $D_o^t(x^t, y^t) = 1$, se e somente se (y^t, x^t) estiver na fronteira de produção. Assim, a tecnologia aplicada na combinação (y^t, x^t) terá que ser ótima para obter a eficiência técnica (FÄRE *et al.*, 1994)

Já a função distância para mais de um período orientada ao *output* pode ser apresentada na seguinte forma:

$$D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}) = (\max\{\phi (x^{t+1}, \theta y^{t+1}) \in S^{t+1}\})^{-1} \quad (7)$$

O Índice de produtividade de Malmquist (1953), possibilita observar as mudanças de produtividade, eficiência e tecnologia. Sua função permite captar a eficiência dinâmica no período estudado. Assim, o índice é dado pela razão da função distância (7) do período $t+1$ em relação à função (5) distância em t , tendo como base o período t , expresso na equação (8):

$$M_o(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \left\{ \left(\frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \right) \left(\frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Ao resolver os problemas de programação linear encontra-se o equivalente de M_0 , assim o índice de Malmquist na forma decomposta que é dado por:

$$M_0(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \left(\frac{D_0^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^t(x^t, y^t)} \right) * \left\{ \left(\frac{D_0^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right) \left(\frac{D_0^t(x^t, y^t)}{D_0^{t+1}(x^t, y^t)} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Desse modo é possível avaliar o índice de Malmquist, tal que:

- $M_0 > 1$: Ocorre um aumento na produtividade da DMU_k no período t+1 em relação ao período t;
- $M_0 = 1$: A DMU_k manteve a sua produtividade constante no período t+1 em relação ao período t
- $M_0 < 1$: Nesse caso a produtividade da DMU_k diminuiu no período t+1 em relação ao período t.

A mudança na Produtividade Total dos Fatores de Produção de uma DMU é mostrada pelo resultado do índice Malmquist em um dado período (t):

O efeito do deslocamento da fronteira eficiente (*frontier-shift effect*) – EF depende da alteração tecnológica que modifica a fronteira de eficiência, no mesmo intervalo t. $EF > 1$: Houve um progresso tecnológico da DMU_k no período: $EF = 1$: Manteve-se constante a tecnologia da DMU_k ; $EF < 1$: Acontece uma redução na tecnologia da DMU_k , ambos no período t+1 em relação a t.

E o efeito de emparelhamento (*catch-up effect*) – EC é a alteração de eficiência técnica, medida a partir da modificação de desempenho relativo de uma DMU, no mesmo intervalo de t. $EC > 1$: Ocorre aumento na eficiência técnica da DMU_k ; $EC = 1$: Manteve a eficiência técnica da DMU_k ; $EC < 1$: Acontece uma redução na eficiência técnica da DMU_k ambos no período t+1 em relação a t.

Considera o modelo orientado a *output* com retornos variados de escala ao incluir no modelo (9), a condição de convexidade. Ao observa isso na educação a se analisar a eficiência das escolas de ensino médio, por exemplo, através do valor do Ideb dado o gasto com ensino médio, a curva criada para retornos variados de escala mudará tal qual os rendimentos mudam agrupando mais unidades eficientes nessa curva.

Para tanto, supõe-se que cada DMU_k dado $k=1, \dots, n$ produza um vetor output $y_k^t = (y_{1k}^t, y_{sk}^t)$, utilizando os inputs $x_k^t = (x_{1k}^t, x_{mk}^t)$ para um período estabelecido em T tal que $t=1, \dots, T$.

Realizados os cálculos necessários chega-se ao Índice de Malmquist orientado ao output se dá pela equação (10):

$$M_o = \left(\frac{\phi_o^t(x_o^t, y_o^t)}{\phi_o^{t+1}(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})} \right) * \left\{ \left(\frac{\phi_o^{t+1}(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})}{\phi_o^t(x_o^t, y_o^t)} \right) \left(\frac{\phi_o^{t+1}(x_o^t, y_o^t)}{\phi_o^t(x_o^t, y_o^t)} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Podendo ser analisado tal que: $M_o > 1$; $M_o = 1$; $M_o < 1$ em relação à produtividade da DMU_k no período t+1 em relação ao período t.

3.3 Análise de clusters

A análise de eficiência por meio do DEA-BBC- Malmquist tem como hipótese a homogeneidade das Unidades Tomadoras de Decisão (DMUS). Para atestar a homogeneidade e evitar erros é utilizada a técnica de análise de cluster para formação de K grupos de municípios homogêneos através do método não hierárquico k-médias. Desse modo, as saídas do DEA-BBC geram os escores de eficiência de cada DMU que vão apontar os municípios eficientes, por exemplo.

Dyson *et al.* (2001), explanam que nesses tipos de análises o problema de não-homogeneidade do DEA acontece quando os dados não-homogêneos assumem o lugar de homogêneos, dessa forma avaliando coisas não semelhantes e caindo no erro. Para evitar tal erro, a literatura aponta a aplicação da Análise de *clusters* na amostra, para criar grupos homogêneos para então estimar o DEA nos grupos encontrados pela análise.

Para aplicar a Análise de Cluster, deve-se criar um indicador de semelhança entre as DMUS da amostra. Segundo Mingoti (2005), aplicasse a distância euclidiana, dada uma amostra com n DMUS com duas variáveis $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, a distância euclidiana pode ser estabelecida por:

$$d_{xy} = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2, \dots, (x_n - y_n)^2} = \sqrt{\sum_t^n (x_i - y_i)^2} \quad (12)$$

Duarte *et al.* (2015) aplica a técnicas de k-médias, para agrupar as regiões da saúde brasileiras, obtendo um agrupamento homogênea que permite observar esses grupos. Foi possível agrupar as regiões de saúde com melhores indicadores de desenvolvimento humano. O presente trabalho é aplicar a técnica da distância euclidiana para criar indicadores de semelhança, nos municípios de Pernambuco e

depois usar o método hierárquico k-médias para formar os grupos homogêneos que possam ser comparados sem erros de trajetória.

3.4 Base de dados

Considerando o campo de estudo, a escolha de trabalhar com *clusters* é devido à possibilidade de formar grupos com características semelhantes que nesse caso é usado dados educacionais selecionados. O cluster é uma técnica estatística que separa as DMUS (municípios) para aplicar o DEA-BBC, que vai servir para observar se as DMUS são eficientes ou não. A aplicação do cluster visa tornar homogêneo a amostra estudada, de acordo com Quintal (2009), usar variáveis que possam interferir diretamente no porte da educação disponível nos municípios, tal qual faz no seu trabalho ao avaliar o sucesso ou não dos alunos em matemática, dadas variáveis que interferem no desempenho. As variáveis do Quadro 2 têm a finalidade de agrupar os municípios pernambucanos de acordo com suas características educacionais para análise de *clusters*.

Quadro 1 - Variáveis usadas na análise de clusters

	Variáveis	Dimensão	Fonte
Análise de clusters	População	O porte do município em relação à população	IBGE 2021
	Número de escolas	Quantidade de escolas do município	Censo escolar 2021
	População matriculada	Número de pessoas matriculadas nas escolas dos municípios	Censo escolar 2021
	Fundeb Consolidado-por aluno	Valores do fundo total do município	SIOPE-FNDE 2021

Fonte: Elaboração própria.

Segundo a literatura nacional, a abordagem de Ferreira (2020), Araújo Júnior *et al.* (2019), e Souza *et al.* (2016) aplicam a nota do Ideb como output, para seus trabalhos que avaliam os gastos no nível fundamental. No presente trabalho foram usadas do Ideb que devem ajudar a identificar a eficiência dos gastos com ensino médio.

A escolha da variável de *input* gasto municipal com educação no ensino médio segue os trabalhos de Prasetyo *et al.* (2013), Agasist *et al.* (2014) Costa *et al.* (2015)

e Araújo Júnior *et al.* (2019), a fonte dos dados é o FINBRA. O outro input é obtido nos Censos escolares, seguindo os trabalhos de Essid *et al.* (2014), Araújo Júnior (2017) e Ferreira (2020), a quantidade de alunos matriculados no ensino. A porcentagem de professores com ensino superior dos municípios no ensino médio como uma adaptação do que Essid *et al.* (2014) usa na sua análise. Abaixo temos o quadro 3, com a descrição das variáveis usadas no DEA-BBC.

4 RESULTADOS

Essa seção conta com os resultados e discussões gerados pelas aplicações feitas pelo DEA-BBC. A análise estática, e a dinâmica dos gastos municipais com ensino médio para os municípios de Pernambuco. De início foi aplicado o agrupamento desses municípios em grupos homogêneos através do método não hierárquico k-médias. Na segunda parte dos resultados observamos o modelo DEA-BBC para os anos de 2017, 2019, 2021 e a análise temporal de 2017 a 2021 por meio do Índice de produtividade Malmquist (MPI).

4.1 Construções dos clusters

A análise multivariada é uma ferramenta usada para mensurar a dissimilaridade e similaridade de indivíduos ou variáveis. Essa técnica explorativa permite avaliar grupos a partir das observações de uma amostra com base em similaridade ou distâncias. Para construção desses *clusters* temos os métodos hierárquicos e não hierárquicos que segundo Hardle e Simar (2007), permite uma maior interatividade e maior capacidade da análise dos dados. Seu principal propósito é exploratório e uma classificação de objetos com base empírica.

A análise de *clusters* foi realizada usando o método não hierárquico k-médias para os municípios de Pernambuco segundo características educacionais e populacionais. Esse método define o agrupamento desse conjunto de dados formados pelas variáveis: o número de escolas do município e a população matriculada, ambos retirados do censo escolar. As variáveis população e o gasto médio por aluno forem retiradas do IBGE e do SIOPE-FNDE.

Para obter a melhor quantidade de grupos de observações é indicado o teste de Calinski e Harabasz, usados nos trabalhos de Lukasik *et al.* (2016) e Aldoukhi e

Zualkernan (2021). Esse teste analisa o centroide de cada grupo, observando a similaridade dentre os grupos.

Foi simulada a aplicação feita a repetição de 4 interações, realizada quatro vezes o método não hierárquico k-médias. Para cada estimativa foi definido quantidades diferentes de grupos, 2, 3, 4, e 5 sendo concretizado o teste de Calinski e Harabasz para cada estimativa. Os valores do teste estão dispostos na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultado do teste de Calinski e Harabasz

Número de Clusters	Pseudo-F
2	445.48
3	1153.13
4	1360.86
5	1216.42

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pelo critério de Calinski-Harabasz (1972), para obter o número de cluster é observado *Pseudo-F*, observe os maiores valores como indicativos de melhor $K(n)$ a ser usado. Desse modo, o cluster 3 com valor de *Pseudo-F* de 1360,86 contendo quatro grupos é o apropriado.

Para constatar se esse resultado é o mais adequado, foi realizada a comparação do k (3) versus k (4) versus o k (5) para verificar o agrupamento do conjunto de dados e decidir o número mais “natural de grupos” a serem usados. A solução disso mostrou os valores de Calinski/Harabasz *Pseudo-F* dos grupos k (3) de 2017.12, k (4) de 1360.86 e k (5) de 2183.62, mostrando nesse caso que o grupo com cinco grupos é o mais indicado.

Assim, observamos na Tabela 2 a seguir a formação de *clusters* e suas quantidades e grupos com as médias das variáveis utilizadas.

Tabela 2 - Valores médios das variáveis usadas no DEA- BCC dos grupos

Observações	Média dos valores por grupo				
	Quantidade de municípios	Número de escolas	Porte dos Municípios	População matriculada	Valor do aluno-Fundeb (R\$)
Grupo 1	1	997	1.653.461	302.646	1.469,30
Grupo 2	13	83	118.607	25.036	2.565,50
Grupo 3	5	272	434.139	88.160	2.256,58
Grupo 4	39	50	50.787	12.591	3.012,54
Grupo 5	126	21	18.750	4.299	3.530,75

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do IBGE-2021 -Censo escolar 2021 e SIOPE-FNDE 2021.

Recife formou um grupo único, explicado pelo trabalho de Ferreira (2020), na formação dos *clusters* pernambucanos a capital do estado constitui também um grupo isolado dos demais municípios, isso é explicado principalmente pelo porte do município considerado uma metrópole segundo o IGBE. O grupo 2, contém 13 cidades de médio e grande porte do estado, com valor médio do Fundeb por aluno de R\$ 2565,50 e uma população média próxima aos 118.607 mil habitantes.

O terceiro grupo, contém os 5 grandes centros, sendo Caruaru, Olinda, Jaboatão dos Guararapes, Petrolina e Paulista. Considerados municípios de grande porte dados o total de habitantes desses locais, com média de 272 escolas, uma média 88.160 mil de alunos matriculados. O Grupo 4, possui 39 municípios que variam entre pequenos II (21 mil até 50 mil habitantes) e médios municípios com valor médio do Fundeb por aluno de R\$ 3012,54. O quinto grupo conta com 126 municípios e apresenta os portes de pequenos tipos I e II municípios do Pernambuco e com a média mais alta de recurso por aluno do Fundeb R\$ 3530,75.

Com a escolha de *clusters* homogeneizados, aplicou-se a Metodologia DEA-BBC para analisar a eficiência dos gastos públicos nos Municípios com ensino médio pernambucano.

4.2 Resultados DEA-BBC

Os resultados para a quantidade de municípios eficientes tecnicamente podem ser observados na Tabela 2. Nesta Tabela é apresentada distribuição dos municípios quanto aos resultados do intervalo de confiança dos valores da eficiência. Percebe-se que o intervalo dos escores de 0,75-0,99 é onde está a maioria dos municípios pernambucanos, sendo 71% em 2017, 62% em 2019 e 65% em 2021.

Tabela 3 - Distribuição da eficiência técnica dos municípios de Pernambuco

Eficiência técnica	Número de Municípios		
	2017	2019	2021
0,00 — 0,25	0	0	0
0,25 — 0,50	0	0	0
0,50 — 0,75	37	49	41
0,75 — 0,99	130	114	119
Eficientes	16	21	21

Fonte: Elaboração própria com resultados obtidos.

Cada DMU possui uma estrutura municipal distinta, sobre essas diferenças nota-se que os municípios pequenos II, possuem um potencial maior para alcançar melhores resultados usando os mesmos recursos, assim como encontrado no estudo de Afonso e Aubyn (2005). Os municípios com 21 mil a 50 mil habitantes usam os recursos disponíveis da educação destinadas para o ensino médio para alcançar a fronteira de eficiência.

Assim como no trabalho de Da Silva e Almeida (2012) que os municípios ineficientes apresentaram valores maiores de recursos por aluno, isso acontece na maioria dos municípios ineficientes dessa análise, onde o valor médio por aluno do Fundeb de R\$ 3.530,75 nessas DMUS. Onde 91,25% em 2017 e 88,52% em 2019 e 2021 das cidades foram ineficientes tecnicamente, mostrando uma baixa eficiência do gasto público na educação municipal, apesar de maiores investimentos do Fundeb.

4.3 Análise dinâmica dos municípios de Pernambuco (2017-2021)

O Índice de Produtividade de Malmquist (MPI) sugerido por Färe et al. (1994) é o mais indicado para medir as mudanças de produtividade das DMUS entre períodos. Antes de estimar o índice, é necessário construir um painel de dados com as variáveis usadas (gasto por aluno, proporção de professores qualificados, número de alunos matriculados e a nota do Ideb) no período de 2017–2019 e 2019–2021. Esse painel consiste na combinação de séries temporais das variáveis descritas, isso é indicado quando as observações são longitudinais. Segundo Greene (2002), esse método é usado para investigar mudanças dinâmicas.

Desse modo, foi feito um painel com as variáveis indicadas para o MPI com orientação ao *output* para cada grupo formada anteriormente pela análise de cluster. Estimado o Malmquist orientado ao *output*, é possível verificar a tecnologia de produção bial e a decomposição da mudança (TFP) nos municípios pernambucanos.

Desse modo, estimado o Malmquist, observam-se alterações entre a eficiência, produtividade e tecnologia entre os biênios. Essas mudanças são vistas pelos escores do MPI, EC e EF que aumentaram ou diminuíram entre os anos, evidenciando o quanto os gastos com educação do ensino médio das cidades de Pernambuco são eficientes segundo as especificações do modelo.

A Tabela 4 exhibe os resultados relativos ao percentual dos municípios que apresentaram MPI, EC e EF maiores do que 1 no período entre 2017 e 2021.

Tabela 4 - Distribuição dos municípios com MPI, EC e EF > 1

Intervalos Malmquist e Efeitos	2017–2019			2019–2021		
	MPI	EC	EF	MPI	EC	EF
Grupo 2	23,07%	46,15 %	23,07%	7,69%	46,15	0
Grupo 3	20%	60%	0	60%	40%	80%
Grupo 4	100%	51,28%	100%	12,82%	66,66%	5,12%
Grupo 5	7,14%	26,98%	2,38%	23,80%	60,31%	0,79%

Fonte: Elaboração própria com resultados calculados pelo MPI.

Observou-se que no período entre 2017–2019, no grupo 2, cerca de 23,07% dos municípios exibiram ganhos de produtividade, 46,15% destes aumentaram sua eficiência e 23,07% mantiveram sua eficiência dado que EC=1.

Os resultados para mudança na tecnologia desse grupo apontaram que cerca de 23,07% tiveram progresso e 23,07% não apresentaram mudanças na tecnologia. Como pode-se observar no período de 2019–2021 houve apenas um município com ganhos de produtividade, o EC manteve-se em 46,15%, mas 30,76% dos municípios deste grupo mantiveram a eficiência técnica. Além disso, todos exibiram regresso tecnológico.

Desta forma, infere-se que a piora na eficiência foi resultado do regresso tecnológico. Vale ressaltar que a maioria dos municípios exibira escores de eficiência, produtividade e tecnologia insuficientes, através da alocação dos recursos do ensino médio. Isso indica que os municípios maiores, e que recebem mais

recursos, foram ineficientes, pois não alocam bem seus os recursos públicos e que não usaram apropriadamente a tecnologia disponível. Nota-se, que partes dos municípios menores foram eficientes e usaram eficientemente o aparato tecnológico a disposição e os investimentos públicos em educação.

O grupo 5 teve os piores resultados no primeiro subperíodo, pois mais de 44,44% dos municípios tiveram níveis de produtividade abaixo de 0,8 e 30,15% obtiveram eficiência abaixo de 0,9. Assim como D'Abreu e Wilbert (2013), pode-se identificar os municípios mais e menos eficientes dada a produtividade dos fatores de produção (gastos por aluno, professores qualificados e número de alunos matriculado). Nesse aspecto, os municípios menores com maior valor por aluno foram, na sua maioria, pouco produtivos e fora da fronteira de eficiência técnica.

Ao observar os piores resultados, o município de Pombos teve uma perda de 37% e Parnamirim 35% no nível de eficiência técnica. O efeito deslocamento da fronteira mostrou que apenas 9,52% das DMUS obtiveram eficiência superior a 0,9. Esses municípios apresentam valores de gasto total por alunos no valor de R\$ 5984,59 e R\$ 6361,71, respectivamente. Já em relação aos números referentes ao Ideb foram Pombo e Parnamirim apresentaram os valores de 4,2 e 4,4 nesta ordem. Para o grupo 5, em 2017, menos de 1% dos municípios foram considerados eficientes, já em 2019 esse número foi de 1,19%.

Os estudos revelam que o perfil das unidades desse grupo está abaixo da fronteira de eficiência, mesmo possuindo um alto investimento, bom desempenho e quantidade reduzida da população matricula, em média 774, além de professores qualificados (0,76%) representa um número bom de docentes que lecionam na área de formação. Contudo, pode-se salientar os resultados encontrados mostraram que muitos municípios, dados seus valores de entrada altos (gasto por aluno e Ideb), poderiam ter gerado um resultado mais satisfatório no nível eficiência técnica.

5 CONCLUSÃO

O trabalho avaliou os gastos com educação dos municípios de Pernambuco, para o período de 2017 a 2021. De início foi usando o modelo não hierárquico de K-médias, sendo encontrado um número de cinco clusters.

As evidências iniciais apontadas pela análise das estatísticas descritivas mostraram que o grupo 1 formado por Recife foi constatado o menor valor do

Fundeb por aluno, cerca de R\$ 1.469,30, enquanto para o maior grupo, formado por municípios de pequeno e médio porte, esse valor foi de R\$ 3.530,75. Contudo, quando verificado gasto anual por aluno, em Recife esse valor foi de R\$8.931,71 em 2021, enquanto o valor médio do grupo 4, formado pelos municípios contendo Afogados da Ingazeira, Água Preta, Águas Belas e 36 outros municípios, o valor por aluno foi de apenas R\$1.985,60.

Para o período de 2017, 2019 e 2021 foi aplicado o DEA-BBC orientado ao produto com retornos variados de escala. Essa estimação realizada com os grupos contendo os 184 municípios de Pernambuco para fornecer uma análise do nível de eficiência técnica estática dos gastos por aluno com o nível médio.

Do total de municípios avaliados, apenas 16 no ano de 2017 mantiveram-se na fronteira de eficiência dos gastos com educação; em 2019 e 2021, esse número elevou-se para 21. Sendo que apenas nove apresentaram crescimento, mantendo-se uma constância na gestão educacional destes municípios. Assim, destacaram-se os municípios de Carpina, Igarassu, Paulista, Cabrobó, Timbaúba, Carnaúba da Penha, Quixadá e Solidão.

De acordo com Costa *et al.* (2015), as eficiências dinâmicas dos grupos usados no DEA-BBC, podem indicar quais DMUS estavam na fronteira eficiente no período verificado. Pode-se observar isso nos resultados por meio dos escores de eficiência dos gastos para os municípios pernambucanos, indicando que dentro de cada grupo (formado pelos *clusters*) não existe distinção no uso dos *inputs* para deslocar positiva ou negativamente os efeitos emparelhamento e o efeito do deslocamento da fronteira. Significa dizer, que os insumos usados pelos municípios nos grupos são semelhantes e o que difere é a forma conforme são alocados em cada unidade.

Já na análise da mudança tecnológica, destaca-se novamente o município de Arcoverde com elevação de 240%. Mas também cerca de 24,59% dos municípios apresentou aumento tecnológico. Os demais apresentaram perda de tecnologia no período. Esses resultados apontam para uma redução de produtividade dos fatores totais, afastamento da eficiência técnica superior a 1 e regresso da tecnologia anual desses municípios.

A maioria de percentual dos municípios apresentou baixos níveis de eficiência nos gastos com educação. Quando observado de forma desagregada, todos os

grupos apresentam resultados insatisfatórios. Nota-se também, que há um aumento no número de municípios que atuam na fronteira de eficiência, em relação a 2017 a 2019 e mantendo-se em 2021. Os avanços em virtude da elevação dos recursos do Fundeb, que aumentou de 8,69% para 11,48% talvez sejam responsáveis pela que elevação da eficiência nesses locais. Destacando-se Itaquitinga que passou de uma perda de eficiência de 1,85% para ganhos de 19,38%.

Entre 2019 e 2021, cerca de 78,68% dos municípios reduziram a produtividade no período, o município com pior desempenho foi Custódia que reduziu o índice de Malmquist em 11,23%, essa cidade também teve a maior piora na tecnologia com redução 21,46%, mostrando um regresso tecnológico. Em relação à mudança na eficiência, nota-se que 48,63% das DMUS aumentaram sua EC. E que 19 municípios dos 184 mantiveram sua eficiência constante no período.

A hipótese de mensurar a eficiência dinâmica dos gastos com educação foram atingidas. Ainda pode-se notar um efeito positivo na eficiência gerado pelos docentes com ensino superior, e que maiores gastos não estão diretamente ligados a aumento de eficiência, pois pequenos municípios podem receber mais repasses e mesmo assim serem ineficientes. Percebe-se que os investimentos em mão de obra qualificada têm uma influência positiva na eficiência estática e ajuda no aumento da mesma. Apesar das limitações encontradas para realizar o trabalho quanto a disponibilidade recente dos dados do ensino médio, estas não impediram a concretização dos objetivos propostos. Para os trabalhos futuros a adesão de variáveis como: infraestrutura, salário dos professores, acesso à internet, que estejam ligadas aos efeitos de Malmquist são recomendadas.

REFERÊNCIAS

AFONSO, António; ST AUBYN, Miguel. Non-parametric approaches to education and health efficiency in OECD countries. **Journal of Applied Economics**. v. 8, n. 2, p. 227-246, nov. 2005.

ALDOUKHI, S Zualkernan I EXPLORATORY EDUCACIONAL ANALYTICS OF UAE PISA TEST RESULTS, EDULEARN21. In: EDULEARN2. IATED. **Proceedings...** 2021. p. 7186-7193.

ARAÚJO JUNIOR, JN; JUSTO, WR, de Lima, JRF, FERREIRA, MDO, Araújo, JLP, & Pereira, AFC (2019). Intertemporal analysis on the technical efficiency of Northeast municipal expenditure with basic education: a DEA approach and Malmquist's index. 2019.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). Disponível em: <http://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/handle/doc/1147314>. Acesso em: maio 2022.

BANKER, R.D., A. CHARNES, W.W. Cooper. Some Models for Estimating Technical and Scales Inefficiencies In Data Envelopment Analysis. **Management Science**, v. 30, p. 1078-1092, 1984.

BRASIL, **Ministério da Educação**. Resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e prova Brasil. Brasília, MEC/SEF, 2009.

BRASIL, Ministério da Educação, (2022). Lei orçamentaria de 2021, Investimentos por nível de ensino. Brasília, MEC/SEF.

CHARNES, A; COOPER, W.W; RHODES, E. **Measuring the efficiency of decision-making units.** *Eur J Oper Res* v. 2, n. 6, p. 429–444, 1978.

COELLI, T. J., 1996. **A Guide to DEAP Version 2.1: A Data Envelopment Analysis (Computer)Program.** *CEPA Working Papers* No.8, Department of Econometrics, University of New England.

COOPER. W.W; SEIFORD. L.M.; TONE, K. Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software. **Springer**. 2007.

COSTA, E. M.; RAMOS, F. S.; SOUZA, H. R.; SAMPAIO, L. M. B.; BARBOSA, R. B. Dinâmica da eficiência produtiva das instituições federais de ensino superior. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 44, p. 51-54, 2015.

D'ABREU, Erich Cesar Cysne Frota; WILBERT, Marcelo Driemeyer. Eficiência dos gastos públicos na educação: análise dos municípios do estado de alagoas. **Advances in Scientific and Applied Accounting**, p. 348-372, 2013.

DA SILVA, Jorge Luiz Mariano; ALMEIDA, Júlio César Lima. Eficiência no gasto público com educação: uma análise dos municípios do Rio Grande do Norte. **Planejamento e Políticas públicas**, n. 39, 2012.

DE ALMEIDA, Aléssio Tony Cavalcanti; GASPARINI, Carlos Eduardo. Gastos públicos municipais e educação fundamental na Paraíba: uma avaliação usando DEA. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 42, n. 3, p. 621-640, 2011.

DE WITTE, Kristof; LÓPEZ-TORRES, Laura. Efficiency in education: a review of literature and a way forward. **Journal of the Operational Research Society**, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1057/jors.2015.92>. Acesso: jul. 2022.

DUARTE, C. M. R.; PEDROSO, M. M.; BELLIDO, J. G.; MOREIRA, R. S. **Regionalização e desenvolvimento humano:** uma proposta de tipologia de Regiões de Saúde no Brasil. Rio de Janeiro, 2015.

DYSON, R. G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A. S.; PODINOVSKI, V.V.; SARRICO, C. S.; SHALE, E. A. Pitffal and protocols in DEA. **European Journal of Operation Research**, v. 132, p. 245-259, 2001.

ESSID, Hédi; OUELLETTE, Pierre; VIGEANT, Stéphane, Productivity, efficiency, and technical change of Tunisian schools: a bootstrapped Malmquist approach with quasi- fixed inputs. **Omega**, v. 42, n. 1, p. 88-97, 2014.

FÄRE, R.; GROSSKOPF; S, S.; LINDGREN, B.; ROOS, P. Productivity changes in swedish pharmacies 1980-89: a nonparametric Malmquist approach. **Journal of Productivity Analysis**, v. 3, n. 1-2, p. 85-101, 1992.

FÄRE, R., GROSSKOPF; S.; NORRIS, M.; ZHANG, Z. Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. **American Economic Review**, v. 84, n. 1, p. 66-83, 1994.

Farrel, M.J. The Measurement of Productive Efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**, v.120, n. 3, p.253-290, 1957.

FERREIRA, Thiago Igor da Costa. **Análise de eficiência dos gastos públicos em educação nos municípios do Estado de Pernambuco no período de 2011 a 2017 utilizando a Análise Envoltória dos Dados (DEA)**. 2020. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, 2020.

FIRSOVA, Anna; CHERNYSHOVA, Galina. Análise da eficiência do desenvolvimento regional da inovação com base no DEA Malmquist Index. **Informação**, v. 11, n. 6, pág. 294, 2020.

FUNDO DE MANUTENÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO (FNDE). **FUNDEB**. 2012. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/financiamento/fundeb/fundeb-apresentacao>. Acesso em: jul. 2022.

FUNDO DE MANUTENÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO (FNDE). **FUNDEB**. 2017. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/financiamento/fundeb/fundeb-apresentacao>. Acesso em: jul. 2022.

Glewwe, Paulo; Lambert, Sylvie; Chen, Qihui. Funções de produção da educação: evidências atualizadas de países em desenvolvimento. **A Economia da Educação**. Imprensa Acadêmica, 2020. p. 183-215.

Gonçalves, Flávio de Oliveira; França, Marco Túlio Aniceto. Eficiência na provisão de educação pública municipal: uma análise em três estágios dos municípios brasileiros. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 43, n. 2, p. 271-299, 2013.

Greene, Wiliam H. Econometric analysis. 5th ed. **Upper Saddle River**, New Jersey: Prentice Hall, 2002.

GUPTA, S., B. CLEMENTS, E. TIONGSON, 1998. Public Spending on Human Development. **Finance & Development**, v. 35, n. 3, 1998

GUPTA, S., M. VERHOEVEN, E. TIONGSON. The Effectiveness of Government Spending On Education And Health Care In Developing and Transition Economies. **European Journal of Political Economy**, v. 18, p. 717 –737, 2002.

Hanushek, Eric A.; Woessamn, Ludger. **Os impactos económicos das perdas de aprendizagem. 2020.**

HÄRDLE, W.; SIMAR, L. **Applied multivariate statistical analysis**. 2. ed. Berlin: Springer, 2007.

HUANG, Junbing; DU, Dan; HAO, Yu. The driving forces of the change in China's energy intensity: an empirical research using DEA-Malmquist and spatial panel estimations. **Economic Modelling**, v. 65, p. 41-50, 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Resultado IDEB 2019**. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br>. Acesso em: jul. 2022.

I INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP) **Resultado IDEB 2019**. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br>. Acesso em: jul. 2022.

JOHNES, Jill. Efficiency and productivity change in the English higher education sector from 1996/97 to 2004/5. **The Manchester School**, v. 76, n. 6, p. 653-674, 2008.

LINS. M.P.E. MEZA.L.A. (ED) **Análise Envolvória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio à decisão**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2000.

LOURENÇO, R. L., ANGOTTI, M., do Nascimento, J. C. H. B.; SAUERBRONN, F. F. Eficiência do gasto público com ensino fundamental: uma análise dos 250 maiores municípios brasileiros. **Contabilidade Vista & Revista**, v.28, n. 1, p. 89-116, 2017.

ŁUKASIK, Szymon et al. Agrupamento usando algoritmo de polinização de flores e índice de Calinski-Harabasz. In: **Congresso IEEE 2016 sobre computação evolutiva (CEC)**. IEEE, 2016. p. 2724-2728.

Malmquits, S. Index numbers and indifference surfaces. **Trabajos de Estadística**, v. 4, p. 209–242, 1953.

MATTOS, Enlinson; TERRA, Rafael. Conceitos Sobre Eficiência. In: BOUERI, Rogério; Mendes, Wanderson de Almeida et al. **OS INVESTIMENTOS NA EDUCAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DOS MUNICÍPIOS BRASILEIROS. Encontro Brasileiro de Administração Pública**, 2021.

Mingoti, S. A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: EDUFMG, 2005, p. 207.

NASCIMENTO, João Carlos Hipólito Bernardes; NOSSA, Valcemiro; BERNARDES, Juliana Reis; SOUSA, Wellington Dantas de. A Eficiência dos Maiores Clubes de Futebol Brasileiros: Evidências de uma Análise Longitudinal no Período de 2006 a 2011. **Contabilidade Vista & Revista**, v. 26, n. 2, p. 137-161, 2015.

OCDE. Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico, **Desempenho em Matemática (PISA) (indicador)**. 2019a. doi: 10.1787/04711c74-pt. Acesso em: jul. 2022.

OCDE. Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico, **Gasto público em educação (indicador)**. 2019. doi: 10.1787/f99b45d0-pt. Acesso julho de 2022.

POKER JR, Johan Hendrik; NUNES, R. da C.; NUNES, S. P. P. Uma avaliação de efetividade e eficiência do gasto em educação em municípios brasileiros. **Caderno de Finanças Públicas**, Brasília, n. 13, p. 263-287, 2013.

PRASETYO, Ahmad Danu; ZUHDI, Ubaidillah. The Government Expenditure Efficiency towards the Human Development. **Procedia Economics and Finance**, v. 5, p. 615-622, 2013.

QUINTAL, Guida Maria da Conceição Caldeira. **Análise de clusters aplicada ao Sucesso/Insucesso em Matemática**. 2006. Tese (Doutorado) - Universidade da Madeira, Portugal. Disponível em:
<https://www.proquest.com/openview/f159ff22335859c62bd705cee3519f5d/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2026366&diss=y>. Acesso em: jun. 2022.

ROSANO-PEÑA, Carlos; Albuquerque, Pedro Henrique Melo; Marcio, Carvalho Jose. A eficiência dos gastos públicos em educação: evidências georreferenciadas nos municípios goianos. **Economia Aplicada**, v. 16, n. 3, p. 421-443, 2012.

Savian, Mayá Patricia Gemelli; Bezerra, Fernanda Mendes. Análise de eficiência dos gastos públicos com educação no ensino fundamental no estado do Paraná. **Economia & Região**, v. 1, n. 1, p. 26-47, 2013.

SCHUSTER, Herivelton Antônio; ZONATTO, Vinicius. Evidências da eficiência de gastos públicos em educação: análise da alocação dos recursos destinados ao ensino fundamental nos estados brasileiros. **Contextus–Revista Contemporânea de Economia e Gestão**, v. 15, n. 2, p. 8-33, 2017.

SEIFORD, LM; ZHU, J. Análise de sensibilidade de modelos DEA para mudanças simultâneas em todos os dados. **Jornal da Sociedade de Pesquisa Operacional**, v. 49, n. 10, p. 1060–1071, 1998.

SICONFI - Secretaria do Tesouro Nacional (STN), 2020. Disponível em
<https://siconfi.tesouro.gov.br/siconfi/index.jsf;jsessionid=RJ+q0EI48fS5wCXIJE2pIN>. Acesso em: jul. 2022.

SOUSA, Wellington Dantas et al. Análise dos gastos na alocação dos recursos públicos destinados ao ensino fundamental dos municípios do Espírito Santo. **Gestão. Org**, v. 14, n. 2, p. 381-392, 2016.

VASCONCELOS, L. Economia da Educação. In: BIDERMAN, Ciro e ARVATE, Paulo. Zoghbi, Ana Carolina Pereira et al. Mensurando o desempenho e a eficiência dos gastos estaduais em educação fundamental e média. **Estudos Econômicos, São Paulo**, v. 39, n. 4, p. 785-809, 2009.