

FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E HEURÍSTICAS DE DECOMPOSIÇÃO APLICADAS A UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS

MATHEMATICAL FORMULATIONS AND DECOMPOSITION HEURISTICS APPLIED TO A TWO-STAGE PRODUCTION PROBLEM

FORMULACIONES MATEMÁTICAS Y HEURÍSTICAS DE DESCOMPOSICIÓN APLICADAS A UN PROBLEMA DE PRODUCCIÓN EN DOS ETAPAS

Talita Mariana Pinho Schmidt, MSC
Universidade Federal do Paraná/Brazil
talitapschmidt@gmail.com

Cassius Tadeu Scarpin, Dr.
Universidade Federal do Paraná/Brazil
cassiusts@gmail.com

Gustavo Valentim Loch, Dr.
Universidade Federal do Paraná/Brazil
gustavo.gvalentim@gmail.com

Cleder Marcos Schenekemberg, MSC
Universidade Federal do Paraná/Brazil
cledercms@hotmail.com

RESUMO

Este trabalho aborda o problema de produção em dois estágios com máquinas paralelas. Apresentam-se dois modelos matemáticos que consideram a produção de diferentes produtos, com dois estágios de produção em máquinas paralelas e estoque intermediário entre os estágios. O primeiro modelo considera tempo mínimo e máximo de permanência dos lotes no estoque intermediário. Já o segundo, além das suposições do primeiro modelo, também considera os custos de descarte, reprocessamento e aceleração dos lotes. Ainda, propõe-se três diferentes estratégias da heurística de solução *Fix and Optimize* que partem de uma solução inicial obtida por meio de uma heurística construtiva. Em geral, os resultados mostram que as estratégias de solução aplicadas podem alcançar soluções competitivas, uma vez que foi possível encontrar soluções melhores em qualidade e em tempo computacional quando comparadas as soluções reportadas por um solver de otimização.

Palavras-chave: Dimensionamento de lotes; Sequenciamento; Problema em dois estágios; Heurísticas de Decomposição.

ABSTRACT

This paper addresses the two-stage production problem with parallel machines. We present two mathematical models that consider the production of different products with two stages of production in parallel machines and buffer between the stages. The two models consider minimum and maximum time of permanence of the items in the buffer, and the second considers costs of discarding, reprocessing and acceleration of the lots. Also, we propose several strategies of *Fix and Optimize* heuristic that start from an initial solution, through a constructive heuristic of decomposition. In general, the results show that the heuristic strategies can achieve competitive solutions in short computational time, outperforming the results provided by the optimization solver.

Keywords: Lot sizing; Scheduling; Two-stage problem; Decomposition heuristics.

RESUMEN

Este artículo aborda el problema de producción en dos etapas con máquinas paralelas. Se presentan dos modelos matemáticos que consideran la producción de diferentes productos, con dos etapas de producción en máquinas paralelas y stock intermedio entre las etapas. El primer modelo considera el tiempo mínimo y máximo que los lotes se mantienen en stock intermedio. El segundo, además de los supuestos del primer modelo, también



considera los costos de disposición, reprocesamiento y aceleración de lotes. Además, proponemos tres estrategias diferentes de solución *Fix and Optimize* que comienzan con una solución inicial obtenida a través de una heurística constructiva. En general, los resultados muestran que las estrategias de solución aplicadas pueden lograr soluciones competitivas, ya que fue posible encontrar mejores soluciones en calidad y en tiempo de cálculo en comparación con las soluciones informadas por un solucionador de optimización.

Palabras clave: Dimensionamiento de lotes; Programación; Problema en dos etapas; Heurísticas de Decomposición.

1 INTRODUÇÃO

O Planejamento e a Programação da Produção são constituídos de atividades complexas de se realizar. Esta complexidade pode aumentar ou não de acordo com o ambiente em questão. Assim, entre diversos fatores possíveis, um cenário com mais de um estágio de produção é um problema cuja dificuldade em se encontrar soluções factíveis pode se tornar uma difícil tarefa. Este trabalho aborda um ambiente de produção que possui mais de um estágio produtivo.

O dimensionamento de lotes é um dos mais importantes e difíceis problemas no planejamento da produção (KARIMI; FATEMI GHOMI; WILSON, 2003). Segundo Brahim et al. (2006), modelos matemáticos que envolvem Dimensionamento de Lotes (*Lot-sizing*) tem por objetivo determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos em um determinado horizonte de planejamento. Já o sequenciamento é um problema de programação da produção em que uma ordenação dos postos de trabalho determina completamente uma sequência (BAKER; TRIETSCH, 2009).

Segundo Ferreira (2008), problemas que realizam o dimensionamento e sequenciamento simultaneamente pretendem responder a questões como, por exemplo, quanto, quando e em que sequência produzir itens de forma a minimizar custos, sejam custos de atraso, de estoque e/ou de preparação. Em casos onde se tem a necessidade de mais de um nível produtivo, a produção de um estágio pode depender da produção do estágio anterior ter sido finalizada. De acordo com o ambiente produtivo, é desejável que em cada estágio o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção sejam definidos simultaneamente, uma vez que estas decisões são dependentes uma da outra (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009).

Este trabalho trata do Problema de Produção Multiestágios em máquinas paralelas, no qual se realiza o dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção de forma integrada. Propõem-se modelos matemáticos para processos que possuem dois estágios, tendo-se como diferencial a existência de estoque intermediário entre eles, que possui características que podem variar com o tipo de item que se produz. De acordo com Meyr (2002), este tipo de problema possui complexidade *NP-Hard*, sendo assim, são propostas abordagens de soluções baseadas em estratégias de decomposição do problema.

O trabalho divide-se da seguinte forma, além desta seção, apresenta-se na seção 2 uma breve revisão sobre os problemas clássicos dimensionamento e sequenciamento, bem como os dois realizados de forma simultânea e os modelos multiestágios. A seção 3 contempla a descrição do problema e na seção 4 apresentam-se as formulações propostas para o mesmo. Em seguida apresenta-se os métodos de solução propostos e posteriormente, na seção 6 os testes computacionais, resultados e discussões. Por fim, apresenta-se na seção 7 as conclusões do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como o foco deste trabalho são os temas de dimensionamento de lotes, sequenciamento da produção, máquinas paralelas e problemas multiestágios, revisões da literatura de trabalhos que abordam esses temas de modo isolados ou integrados podem ser encontradas em: (DREXL; KIMMS, 1997; MOKOTOFF, 2001; KARIMI; FATEMI GHOMI; WILSON, 2003; ZHU; WILHELM, 2005; QUADT; KUHN, 2008); COPIL et al., 2016).

Além disso, apresentam-se a seguir problemas que ocorrem em um único estágio de modo a demonstrar a evolução dos modelos de acordo com o aumento de complexidade, e são necessários para a compreensão dos modelos multiestágios que serão abordados posteriormente. Nesse sentido, esta seção de revisão apresenta-se de acordo com a evolução da complexidade dos problemas e seus respectivos modelos.

2.1 Modelos de Dimensionamento e Sequenciamento Monoestágio

O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento Discreto (*Discret Lot sizing and Scheduling Problem* - DLSP) proposto por (FLEISCHMANN, 1990) é caracterizado pela divisão dos períodos e a permissão da produção de apenas um item por micro período. Além disso, toda a capacidade deve ser utilizada na produção deste item (“restrição do tipo: ou tudo ou nada”). Esta restrição é relaxada no Problema do Dimensionamento de Lotes Capacitado (*Capacited Lot-sizing Problem* - CLSP) por (KARMARKAR; LINUS SCHRAGE, 1985), porém neste caso, se parte da capacidade de um período não é utilizada na sua totalidade, o restante da capacidade permanece sem ser utilizado. Esta característica é aperfeiçoada no Problema Proporcional de Dimensionamento e Sequenciamento (*Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem* - PLSP) proposto por (DREXL, A., HAASE, 1995). O conceito básico do PLSP é utilizar a capacidade remanescente para agendar um segundo item no período específico.

O Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (*General Lot Sizing and Scheduling Problem* - GLSP), proposto por (FLEISCHMANN; MEYR, 1997), se caracteriza pela divisão de macro períodos em micro períodos de tamanhos variáveis. O Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes com tempos de setup dependentes da sequência (*General Lot Sizing and Scheduling Problem with sequence dependente Setup Times* – GLSPST) se trata de uma extensão do GLSP, e o Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Máquinas Paralelas (*General Lot-sizing and Scheduling Problem Parallel Lines* - GLSPPL) é considerado uma extensão do GLSPST para máquinas paralelas, proposto por Meyr (2002). O GLSPPL possui estrutura de períodos com capacidade limitada, períodos estes divididos em subperíodos de tamanho variáveis.

2.2 Problemas de Produção Multiestágios

O Problema Geral do Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Multiestágios (*General Lot-sizing and Scheduling Problem for Multiple Production Stages* - GLSPMS) é baseado na divisão do macro período em micro períodos, de modo a permitir a produção de apenas um item em cada micro período Seeanner e Meyr (2013).

O GLSPMS aborda a produção multiestágio com possibilidade de haver linhas de produção paralelas por estágio. O modelo considera ainda o fracionamento do micro período, dentro do qual pode existir tempo de *setup*, tempo de ociosidade e tempo de produção, sendo que a produção de um item pode iniciar em parte de um micro período e finalizar em parte de outro, ocasionando o que é chamado de “WIP-estoque” (WIP - *Work In Process*).

Ademais, outros trabalhos de diferentes abordagens e aplicações para o Problemas de Produção Multiestágios podem ser citados: De Araújo e outros (2007), Ferreira e outros (2009), Toledo e outros (2009), Mohammad e outros (2009), Helber e Sahling (2010), Transchel e outros (2011), Helber e Sahling (2010; BALDO et al., 2014), Boonmee e Sethanan (2016), (TOSCANO; FERREIRA; MORABITO, 2017), (WEI; YUAN; ZHANG, 2018) e Schimidt e outros (2019).

2.3 Problemas multiestágios com estoque intermediário

Certos cenários produtivos exigem estoque intermediário entre os níveis produtivos. Nesse sentido podemos citar o trabalho proposto por Toscano e outros (2017), que aborda o caso real de uma indústria de refrigerantes. Neste problema o primeiro estágio é responsável pelo preparo das bebidas, de acordo com os sabores predeterminados, considera-se o processo de pasteurização das bebidas entre os dois estágios produtivos, bem como a necessidade de limpezas temporais programadas para manutenção dos tanques.

O trabalho de Baldo e outros (2014) apresenta um estudo de caso para a indústria cervejeira. Neste caso, que conta com dois estágios, os lotes preparados no primeiro estágio permanecem em tanques de retenção por um tempo mínimo determinado, para que sejam realizados os processos de fermentação e maturação, antes de serem envasados no último estágio.

Ulbricht (2015) propôs uma formulação matemática para ambientes que possuem dois ou mais estágios de produção e considera a presença de estoque intermediário entre estes. As formulações matemáticas propostas aplicam-se a uma indústria que produz placas eletrônicas e passam por um processo de secagem entre os estágios produtivos. Sendo assim, após o cumprimento do tempo mínimo para o processo de secagem, no momento em que houver máquina disponível para processamento no segundo estágio, o item é processado no estágio posterior.

Neste sentido, outro trabalho que possui ambiente composto por estoque intermediário pode ser citado: Schimidt e outros (2019) abordam ambientes produtivos que possuem estoque intermediário, e para este estoque intermediário, que é capacitado, abordam situações em que os produtos possuem tempo máximo de permanência fora da embalagem primária (antes do envase que ocorre no segundo estágio) e tempo mínimo de permanência, casos em que o estoque intermediário funciona como um *buffer*. Caso os tempos máximo e mínimo de permanência não sejam respeitados, os modelos propostos abordam as seguintes situações:

a) Descarte: Para indústrias em que o tempo máximo de permanência em estoque intermediário impacta diretamente no produto final, ou seja, se ocorrer extrapolação deste, o produto necessita ser descartado. Pode-se citar neste caso a Indústria de Cosméticos, Indústria Química e a Indústria Farmacêutica. Este caso impacta em um custo muito alto.

b) Correção: Trata-se do mesmo caso acima, porém há a possibilidade de se corrigir as especificações do produto modificada devido ao rompimento do tempo máximo. Por exemplo, corrigindo especificações como pH ou realizando novamente o processo de mistura do estágio I. Este caso gera custo de correção do produto.

c) Aceleração: Este caso se aplica à processos que possuem um tempo mínimo de permanência, porém existe a possibilidade de aceleração deste tempo com a adição de certo custo. Por exemplo, quando o processo que ocorre neste tempo mínimo pode ocorrer de duas formas, sendo a mais rápida também a mais cara. Sendo assim, quando há necessidade de aceleração para a entrega do produto é possível que se execute o processo de maneira mais rápida, acelerando sua produção.

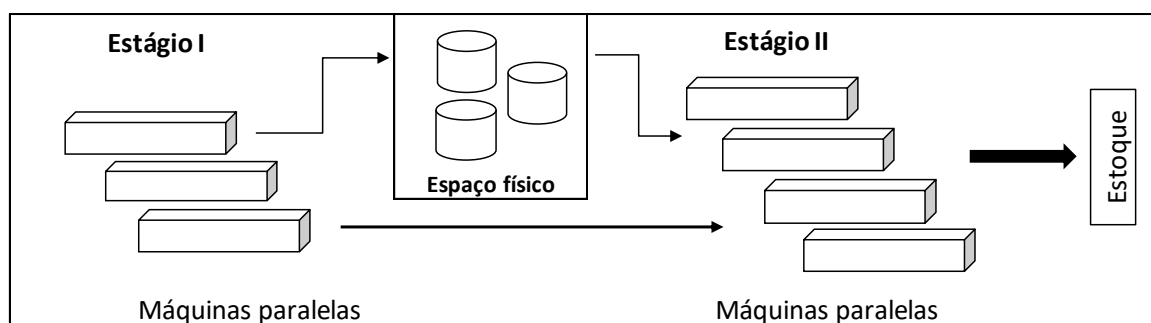
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Aborda-se neste trabalho casos que possuem dois estágios produtivos. Considera-se diferentes aspectos relacionados ao estoque intermediário, são essas:

a) Tempo máximo de permanência: considera-se os casos em que os itens possuem um tempo de validade, ou seja, há um tempo limite permitido de permanência do produto fora da embalagem primária, como produtos perecíveis, por exemplo. Além disso, o não cumprimento desta especificação pode impactar em descarte de um lote ou correção do mesmo, quando possível.

b) Tempo mínimo de permanência: são considerados ambientes produtivos onde onde é necessária a realização de um processo antes que o produto seja encaminhado para o estágio posterior. Por exemplo, a indústria de placas eletrônicas, indústria cervejeira e indústria de refrigerantes.

Figura 1 - Ilustração do ambiente produtivo abordado



Fonte: Os autores (2019).

Os dois estágios são constituídos por máquinas paralelas uniformes, sendo que o número de máquinas em cada estágio pode variar para cada problema. São abordados casos que se possui *setup* dependente e não dependente da sequência.

4 MODELOS MATEMÁTICOS PROPOSTOS

As duas formulações propostas nesta seção consideram sincronia entres os dois estágios de produção e a existência de espaço físico intermediário. Os modelos consideram a divisão de macro períodos em micro períodos de tamanhos variáveis e tempos de setup que podem ser dependentes da sequência, características

presentes no Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Máquinas Paralelas (GLSPPL), proposto por Meyr (2002). Abordam além de dois estágios, demanda determinística e horas extras, propriedades presentes no Problema Geral de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes para Múltiplos Estágios (GLSPMS). Portanto, os modelos propostos possuem restrições clássicas dos modelos citados, bem como novas restrições, de modo a atender às especificações encontradas no cenário em estudo.

4.1 Modelo matemático para dois estágios e intervalo de tempo de permanência em estoque intermediário

Para o primeiro caso, estabeleceu-se um limite entre o tempo mínimo e tempo máximo de permanência dos itens entre os estágios, que pode variar de acordo com suas especificações. Apresenta-se a seguir, no Quadro 1 os índices e conjuntos do modelo, bem como os parâmetros definidos e as variáveis de decisão (Quadro 2), necessários aos modelos matemáticos expostos posteriormente.

Quadro 1 – Índices Do Modelo

Índices	Descrição
$\theta: (=I, II)$	Estágios Produtivos;
$i, j: (=1, \dots, N)$	Itens i e j a serem produzidos;
$k: (= 1, \dots, K^\theta)$	Máquinas pertencentes ao estágio θ ;
$t: (= 1, \dots, T)$	Períodos;
$s: (= 1, \dots, W)$	Subperíodos;

Quadro 2 – Parâmetros e variáveis do modelo.

Parâm.	Descrição
N	Número de itens;
T	Número de períodos no horizonte de planejamento;
W	Número total de subperíodos em todo o horizonte de planejamento;
W_t	Conjunto de subperíodos contidos no período t ;
K^θ	Número de máquinas pertencentes ao estágio θ ;
α_{K^θ}	Conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina k , no estágio θ ;
CA_{kt}^θ	Capacidade de produção dispoestágio estágio θ , na máquina k , no período t ;
CP_{ik}^θ	Custo de produção para produzir o item i na máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
CH_k^θ	Custo em minutos extra do funcionamento de cada máquina k , no estágio θ ;
CS_{ijk}^θ	Custo de <i>setup</i> para produzir o item j imediatamente após o item i na máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
ST_{ijk}^θ	Tempo de <i>setup</i> para produção do item j imediatamente após o item i na máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
ST_{oik}^θ	Tempo de <i>setup</i> para produzir o item i na máquina $k \in \theta$, no estágio θ , no início do horizonte de planejamento;
TP_{ik}^θ	Tempo consumido para produção de uma unidade do item i na máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
LM_{ik}^θ	Lote mínimo do item i que poderá ser produzido na máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
x_{iko}^θ	É igual a 1, se a máquina $k \in \theta$, do estágio θ , está preparada para produzir o item i , no início do horizonte de planejamento; 0, caso contrário;

QE_{kt}^θ	Quantidade máxima permitida em minutos extra, para produção na máquina $k \in \theta$, no período t , no estágio θ ;
$I_{i,0}^{-II}$	Quantidade do item i , com demanda não atendida no estágio II, no início do horizonte de planejamento;
I_{i0}^+	Quantidade do item i , existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento;
Q_{it}^+	Quantidade máxima permitida de estoque intermediário, do item i , no período t ;
Q_{it}^{-II}	Quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio II no período t ;
D_{it}	Demanda do item i no período t ;
$TMax_i$	Tempo máximo de permanência em estoque intermediário de um lote do item i
$TMin_i$	Tempo mínimo de permanência em estoque intermediário de um lote do item i
CE_i	Custo por período, para manter uma unidade do item i , no estoque intermediário;
G_i	Custo por período, do atraso de entrega da produção do item i , no estágio II;
M	Número suficientemente grande.
Var.	Descrição
q_{iks}^θ	Quantidade do item i produzido na máquina $k \in \theta$, no subperíodo s , no estágio θ ;
qe_{it}	Quantidade do item i enviada ao estoque intermediário no período t ;
x_{iks}^θ	É igual a 1, se a máquina $k \in \theta$, está preparada para produzir o item i no subperíodo s , no estágio θ ; 0, caso contrário;
z_{iks}^θ	É igual a 1, quando o item i é produzido na máquina $k \in \theta$, no subperíodo s , no estágio θ ; 0, caso contrário;
ze_{it}	É igual a 1, quando o item i é produzido no estágio I, no período t em alguma das máquinas $k \in \theta$; 0, caso contrário;
y_{ijks}^θ	É igual a 1, se há <i>setup</i> do item i para o item j na máquina $k \in \theta$ no subperíodo s , no estágio θ ; 0, caso contrário;
hm_{ikt}^θ	Instante de término do lote do item i em cada período t em cada máquina $k \in \theta$, no estágio θ ;
ht_{it}^I	Instante de término do lote do item i em cada período t em todas as máquinas (estágio I);
he_{it}^I	Instante de término do lote do item i em cada período t (estágio I), somado ao tempo mínimo em que o lote deve permanecer em estoque intermediário;
hi_{ikt}^{II}	Instante em que o item i inicia o processamento no estágio II, na máquina $k \in \theta$, no período t ;
e_{kt}^θ	Quantidade em minutos extra para produção na máquina $k \in \theta$, no período t , no estágio θ ;
I_{it}^+	Quantidade do item i , armazenada no estoque intermediário no final do período t ;
I_{it}^{-II}	Quantidade do item i , com demanda não atendida no final do período t , no Estágio II.

$$\begin{aligned}
 Min Z = & \sum_{\theta} \sum_{i \in \alpha_{K\theta}} \sum_{j \in \alpha_{K\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CS_{ijk}^\theta \cdot y_{ijks}^\theta + \sum_{\theta} \sum_{i \in \alpha_{K\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CP_{ik}^\theta \cdot q_{iks}^\theta \\
 & + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{t=1}^T CH_k^\theta \cdot e_{kt}^\theta + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (G_i \cdot I_{i,t}^{-II} + CE_i \cdot I_{it}^+) \tag{1}
 \end{aligned}$$

Conjuntos de Restrições comuns aos dois estágios:

$$TP_{ik}^\theta \cdot q_{iks}^\theta \leq (CA_{kt}^\theta + QE_{kt}^\theta) \cdot x_{iks}^\theta \tag{2}$$

$$TP_{ik}^\theta \cdot q_{iks}^\theta \geq LM_{ik}^\theta \cdot (x_{iks}^\theta - x_{ik,s-1}^\theta) \tag{3}$$

$$\sum_{i \in \alpha_{K\theta}} x^\theta_{iks} = 1 \quad (4)$$

$$y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{ik,s-1} + x^\theta_{jks} - 1 \quad (5)$$

$$LM^\theta_{ik} \cdot z^\theta_{iks} \leq q^\theta_{iks} \leq \sum_{t=1}^T D_{it} \cdot z^\theta_{iks} \quad (6)$$

$$\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} \leq 1 \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \alpha_{K\theta}} z^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in \alpha_{K\theta}} z^\theta_{iks} \quad (8)$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{ijk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad (9)$$

$$hi^\theta_{ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in W} z^\theta_{iks} \quad (10)$$

$$hi^\theta_{ik1} \geq ST^\theta_{0ik} z^\theta_{ik} \quad (11)$$

$$hm^\theta_{ikt} = hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \quad (12)$$

$$e^\theta_{kt} \geq hm^\theta_{ikt} - CA^\theta_{kt} \quad (13)$$

$$e^\theta_{kt} \leq QE^\theta_{kt} \quad (14)$$

$$ht^1_{it} \geq hm^1_{ikt} \quad (15)$$

$$ht^1_{it} \leq M \cdot ze_{it} \quad (16)$$

$$qe_{it} = \sum_{k=1}^{K^1} \sum_{s \in W_t} q^1_{iks} \quad (17)$$

$$ze_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^1} \sum_{s \in W_t} q^1_{iks} \leq M \cdot ze_{it} \quad (18)$$

$$he^1_{it} \leq ht^1_{it} + TMax_i \cdot ze_{it} \quad (19)$$

$$he^1_{it} \geq ht^1_{it} + TMin_i \cdot ze_{it} \quad (20)$$

$$he^1_{it} \geq ht^1_{it} \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{II}} \sum_{s \in W_t} q^{II}_{iks} = qe_{it} + I^+_{i,t-1} - I^+_{it} \quad (22)$$

$$I^+_{it} \leq Q^+_{it} \quad (23)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{II}} \sum_{s \in W_t} q^{II}_{iks} - I^-_{i,t-1} + I^-_{it} = D_{it} \quad (24)$$

$$I^-_{it} \leq Q^-_{it} \quad (25)$$

$$hi^{II}_{ikt} \geq he^1_{it} \quad (26)$$

Conjuntos de Restrições: Domínio das Variáveis:

$$\begin{aligned}
 & q_{iks}^\theta, \quad I_{it}^+, I_{it}^{-II} \in Z^+ \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, t, s \\
 & x_{iks}^\theta, z_{iks}^\theta, \quad ze_{it} \in \{0,1\} \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, t, s \\
 & y_{ijks}^\theta, \quad hm_{ikt}^\theta, e_{kt}^\theta, qe_{it}, \quad ht_{it}^I, he_{it}^I, \quad hi_{ikt}^{II} \geq 0 \quad \forall \theta, k \in K^\theta, i, j, t, s
 \end{aligned} \tag{27}$$

A função objetivo busca minimizar a soma total dos custos de setup, produção, horas extras de trabalho, atraso e estoque. As restrições (2) garantem que a utilização de cada máquina é dada pela capacidade diária somada ao tempo permitido de horas extras. O conjunto de restrições (3) determina o lote mínimo de produção e o (4) garante que cada máquina esteja pronta para produzir um tipo de item por micro período. As restrições (5) controlam a troca de lotes. Já as restrições (6) e (7) garantem que a quantidade produzida no micro período será maior ou igual que o lote mínimo e menor ou igual à demanda do macro período.

O conjunto de restrições (8) garantem que cada máquina pode produzir somente um lote de um item por micro período e (9) ordena a produção em micro períodos consecutivos, e caso haja mais micro períodos que itens no macro período, os micro períodos ociosos ficam no final do macro período. As restrições (10), (11) e (12) são responsáveis por calcular o instante de início de cada lote. O conjunto de restrições (13) determina o instante de término de processamento de um lote do item i em cada máquina. Já as expressões (14) e (15) representam as quantidades extras em minutos necessárias para cada máquina no macro período.

As restrições (16)-(26) são responsáveis pela sincronia entre os estágios e garantem o atendimento das especificações do estoque intermediário. As expressões (16) e (17) se referem ao término de processamento do lote no estágio I, o que indica que o lote foi produzido no estágio I ($ze_{it} = 1$). O conjunto de restrições (18) determina que todos os itens processados no estágio I durante o macro período t sejam enviados para o estoque intermediário.

O conjunto de restrições (19) e (20) estabelecem um limite entre tempo mínimo e máximo de permanência em estoque intermediário para o item i . Se o tempo mínimo de permanência for zero, o conjunto (20) é igual ao conjunto (21), o que assegura que o instante de término de processamento do lote do item i no período t no estágio I, somado ao tempo que o item permaneceu no estoque intermediário seja maior ou igual (quando $TMin_i$ for zero) ao instante de término do processamento no primeiro estágio. Sendo assim, o item pode seguir diretamente do primeiro para o segundo estágio, caso haja máquina disponível.

As restrições (23) garantem a quantidade máxima permitida em estoque no final da produção em cada macro período e as expressões (24) são responsáveis pelo balanceamento da quantidade processada no primeiro e segundo estágio, o que assegura que a demanda do macro período seja atendida. Já (25) garantem a quantidade máxima permitida de atraso por macro período no estágio II e (26) controla o início do processamento no segundo estágio depois que o lote deixar o estoque intermediário. Por fim, em (27) definem-se os domínios das variáveis de decisão.

4.2 Modelo Matemático Generalizado para Casos de Descarte de Produtos, Correção e Aceleração de Processos

O que diferencia este modelo do modelo apresentado na seção 4.1 é a abordagem de três casos típicos que podem ocorrer na realidade industrial de modo geral, são esses: descarte, reprocesso, aceleração. Casos já abordados por Schmidt e outros (2019).

Os parâmetros e variáveis adicionados ao modelo e o Modelo Matemático Generalizado para Casos de Descarte de Produtos, Correção e Aceleração de Processos (Modelo 2), apresentam-se a seguir.

Quadro 3 – Parâmetros adicionados ao Modelo 1

Parâmetro	Significado
CC_i	Custo de correção de um lote do item i
CD_i	Custo de descarte de um lote do item i
CA_i	Custo de aceleração do tempo mínimo de permanência de um lote do item i
CM_i	Custo por período de matéria-prima de um lote do item i .

Quadro 4 – Variáveis adicionados ao Modelo 1

Símbolo	Descrição
de_{it}	É igual a 1 se o lote do item i é descartado no macro período t ; 0 caso contrário.
co_{it}	É igual a 1 se o lote do item i é reprocessado no macro período t ; 0 caso contrário.
a_{it}	É igual a 1 se a produção do lote do item i é acelerada no macro período t ; 0 caso contrário.

Adiciona-se três novos termos à Função Objetivo que correspondem aos custos de descarte, correção e aceleração, caso ocorram.

$$Min z = \sum_{\theta} \sum_{i \in SP_{K^{\theta}}} \sum_{j \in SP_{K^{\theta}}} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s=1}^W CS^{\theta}_{ijk} \cdot y^{\theta}_{ijks} + \sum_{\theta} \sum_{i \in \alpha_{K^{\theta}}} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s=1}^W CP^{\theta}_{ik} \cdot q^{\theta}_{iks} \quad (28)$$

$$+ \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{t=1}^T CH_k^{\theta} \cdot e^{\theta}_{kt} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (G_i \cdot I_{i,t}^{-II} + CE_i \cdot I_{i,t}^{+})$$

$$+ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (CD_i \cdot de_{it} + CC_i \cdot co_{it} + CA_i \cdot a_{it})$$

$$de_{it} + co_{it} \leq 1 \quad (29)$$

$$he^l_{it} - ht^l_{it} \leq TMax_i + TMax_i [(de_{it} + co_{it}) \cdot M] \quad (30)$$

$$he^l_{it} - ht^l_{it} \geq TMin_i - [TMin_i (a_{it} \cdot M)] \quad (31)$$

$$he^l_{it} \geq ht^l_{it} \quad (32)$$

As restrições (29) e (30) determinam a ocorrência de descarte ou correção do lote, caso o limite de tempo máximo em estoque intermediário não seja respeitado. Enquanto o conjunto de restrições (31) permite a aceleração de um processo no estoque intermediário do lote i . Já o conjunto de restrições (32) garante que o instante de tempo em que o lote sai do estoque intermediário e vai para o segundo estágio deve ser maior ou igual ao instante de término do processamento no primeiro estágio.

Isto posto, sugere-se que os parâmetros CD_i , CC_i e CA_i sejam calculados da seguinte forma:

$$CD_i = Cprod_i + G_i + CM_i \quad (33)$$

$$CC_i = Cprod_i + G_i \quad (34)$$

$$CA_i = 3Cprod_i \quad (35)$$

Sendo, neste caso:

$$CM_i = 10C_{Prodi} \quad (36)$$

Quando se compara o segundo ao primeiro modelo proposto, observa-se que nos dois casos tem-se restrições quanto aos tempos mínimos e máximos de permanência em estoque intermediário. O segundo modelo pode se aproximar mais da realidade industrial para alguns ambientes produtivos, por exemplo, o caso de aceleração do lote, permite-se que se realize outro processo de forma mais rápida caso necessário com custo maior. Pode-se assim atender as datas de entrega adiantando o processo, desde que seja viável ter o custo de aceleração. O mesmo é permitido no caso de tempo máximo, acarretando neste caso custos de correção ou descarte do item.

5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO PROPOSTOS

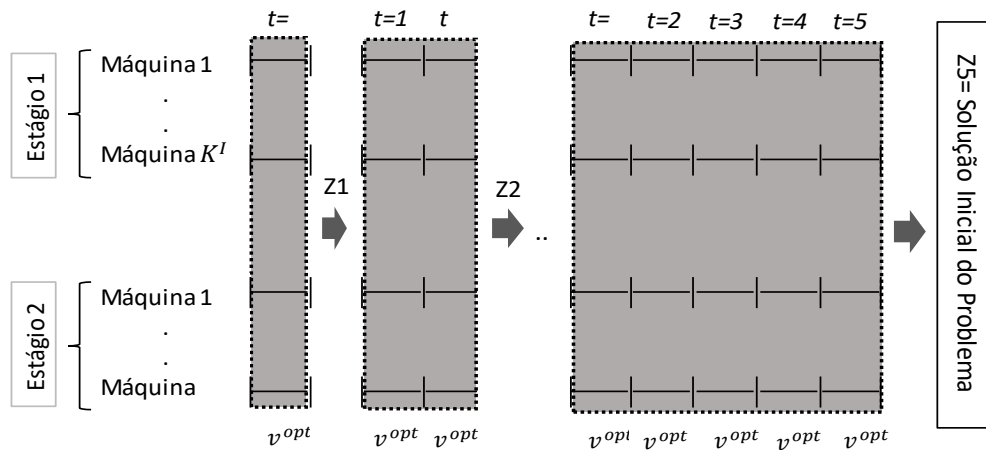
Nesta seção descreve-se os métodos aplicados para a solução dos problemas. Todas as abordagens de solução aplicadas aos problemas gerados foram implementadas na linguagem de programação VB.Net e resolvidas pelo *solver* de otimização *Gurobi Optimization* versão 7.0.1.

A abordagem chamada MIP Pura se trata da solução dos modelos matemáticos propostos por meio do *solver*. Além disso, foram aplicadas outras três diferentes abordagens heurísticas de solução, compostas de uma solução inicial e de estratégias heurísticas de melhoria.

5.1 Solução inicial

O método consiste em decompor o problema original em P subproblemas. A decomposição baseia-se na partição do horizonte de planejamento em períodos, neste caso, têm-se $P = T$ subproblemas. O subproblema inicial é composto pelas variáveis e restrições da formulação pertinentes ao primeiro período ($t = 1$). O próximo subproblema é gerado com as variáveis e restrições do segundo período ($t = 2$) e aquelas geradas no subproblema anterior. Este procedimento se repete para todos os períodos. Em cada iteração um subproblema é resolvido e a sua solução ($Z_t, t = 1, \dots, T$) é fornecida como solução inicial para o subproblema posterior. A Figura 2 ilustra o processo iterativo realizado pela heurística proposta para um horizonte de planejamento de 5 períodos. Na figura, as variáveis pertencentes a cada subproblema são representadas por v^{opt} .

Figura 2 – Procedimento heurístico de solução inicial



Fonte: Os autores (2019)

Cada subproblema gerado é resolvido de acordo com um critério de para, por exemplo, tempo limite de execução.

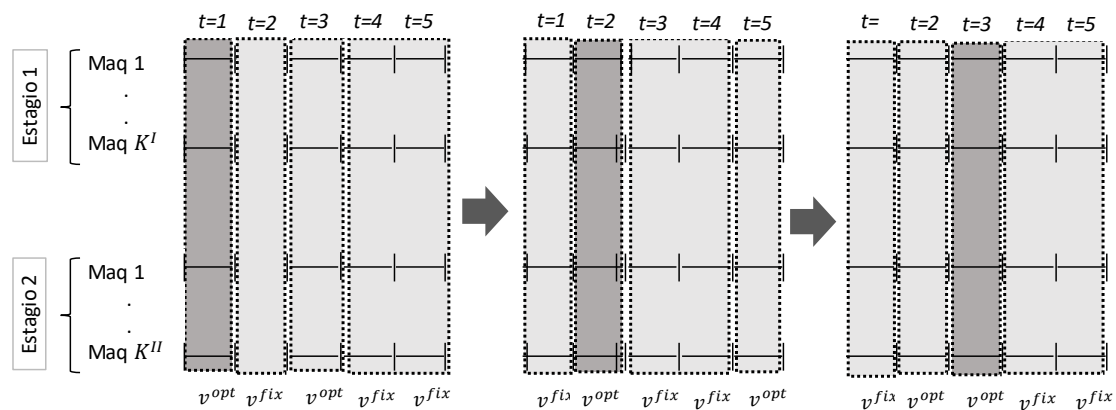
5.2 Heurísticas de melhoria

A partir da solução inicial gerada aplicou-se três diferentes estratégias da heurística de melhoria *Fix and Optimize* (F&O), método heurístico já utilizado para Problemas de Produção e outros (CHRISTIAN LANG; SHEN, 2011), (SEEANNER; MEYR, 2013), (DORNELES; ARAÚJO; BURIOL, 2014) e (FABIANO et al., 2015). As três estratégias aplicadas são: F&O *Forward* e F&O *Backward* já existentes na literatura, e uma estratégia proposta, chamada *Fix and Optimize Random*.

5.2.1 Estratégia *Fix and Optimize Forward*

Esta estratégia consiste em dividir o problema original em T subproblemas e resolvê-los na ordem cronológica. Sendo que o primeiro subproblema a ser resolvido é o que corresponde ao primeiro período, como pode-se observar na Figura 3.

Figura 3 - Fix and Optimize Forward



Fonte: Os autores (2019)

Em cada iteração mantém-se todas as variáveis pertencentes ao período t livres para serem otimizadas. Já as variáveis pertencentes aos demais períodos permanecem fixas como parâmetros. Se a solução obtida pelo subproblema atual for menor (para o caso de minimização) que a melhor solução conhecida, esta se torna a nova melhor solução.

5.2.2 Estratégia *Fix and Optimize Backward*

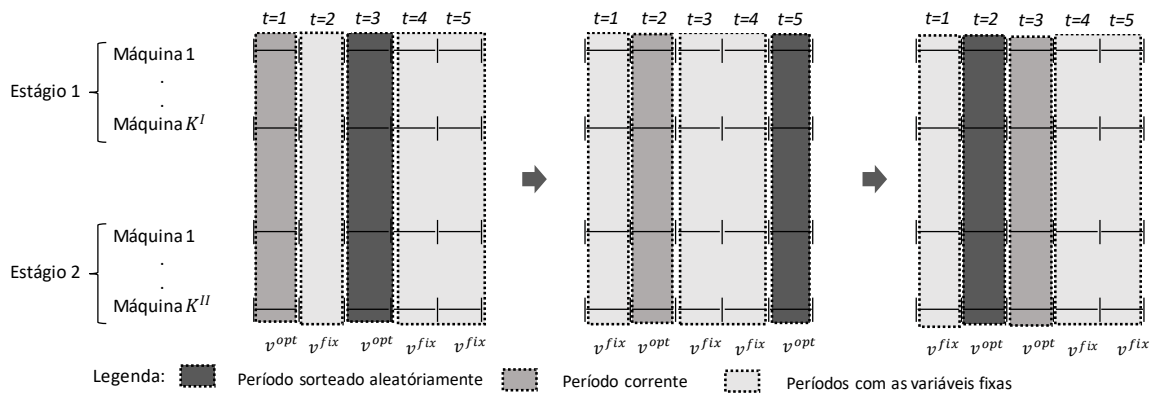
Esta estratégia é similar ao procedimento anterior. A diferença consiste na ordem em que os subproblemas são resolvidos, neste caso, parte-se do último período do horizonte de planejamento até se chegar ao primeiro.

5.2.3 Estratégia *Fix and Optimize Random*

A estratégia F&O *Random* tem por objetivo explorar um espaço de busca maior a cada iteração do método, de modo a explorar a diversificação do espaço de busca. A diversificação é um conceito que deve ser considerado quando se aborda o planejamento e o design de um algoritmo meta-heurístico, visando buscar regiões não exploradas durante o seu processamento. Segundo Talbi (1965), as regiões inexploradas devem ser visitadas para garantir que todas as regiões do espaço de busca sejam exploradas uniformemente e que a busca não se restrinja apenas a um número reduzido de regiões.

O método proposto inicia-se em ordem cronológica, assim como a estratégia F&O *Forward*, no entanto, a cada iteração, além do período corrente, seleciona-se outro período de modo aleatório e realiza-se a otimização das variáveis destes dois períodos, mantendo as variáveis pertencentes aos outros períodos fixas. Além disso, o período aleatório sorteado a cada iteração deve ser diferente do período corrente. Pode-se observar este procedimento na Figura 5 que apresenta a ilustração de três iterações do método. Por exemplo, na primeira iteração quando se inicia com $t = 1$ como o período corrente o período selecionado aleatoriamente foi o período $t = 3$.

Figura 4 - Fix and Optimize Random



Fonte: Os autores (2019)

6 TESTES COMPUTACIONAIS

Os testes computacionais foram divididos em dois grupos: testes com tempos de *setup* dependentes e não dependentes da sequência. As instâncias foram geradas baseadas em dados reais decorrentes de uma indústria brasileira de placas eletrônicas. Estes dados foram utilizados por Ulbricht (2015) e os parâmetros adicionais foram gerados de acordo com o método proposto por Taillard (1993). Abaixo apresentam-se as adaptações realizadas:

a) Tempo máximo de permanência em estoque intermediário de um lote. Este parâmetro varia com o item, ou seja, com as propriedades do produto. Sendo assim, considera-se que os produtos podem permanecer entre 1 e 3 períodos de 8 horas de trabalho em estoque intermediário;

b) Tempo mínimo de permanência em estoque intermediário de um lote: assim como o Tempo máximo, varia com as propriedades do item. Considera-se que o produto pode não possuir tempo mínimo (zero) ou ter uma espera de, no máximo, 1 período;

c) Custo de matéria prima do item i : este dado é utilizado para calcular o Custo de Descarte. Com o objetivo de penalizar o descarte, calculou-se o custo de matéria prima (CM $_i$) como dez vezes o custo de produção

$$CP_{ik}^{\theta};$$

d) Os custos de correção, descarte e aceleração de um lote do item i são calculados conforme as expressões (33), (34), (35) e (36).

e) Os tempos de *setup* dependente da sequência são gerados aleatoriamente no intervalo [15, 40].

Os conjuntos de dados gerados possuem as seguintes características: problemas A1, com duas máquinas por estágio e tempos de *setup* não dependentes da sequência; a nomenclatura A2 representa os problemas com duas máquinas por estágio e tempos de *setup* dependentes da sequência. Já os problemas B1 e B2 representam os casos em que se tem três máquinas paralelas no estágio 1 e quatro no segundo; com tempos de *setup* não dependentes e dependentes da sequência, respectivamente. Estes cenários foram gerados com o objetivo de

avaliar o impacto computacional na solução dos problemas de acordo com as propriedades de tempos de setup e quantidade de máquinas.

Os resultados são apresentados de acordo com a quantidade de itens para cada problema gerado. Isso permite analisar os resultados com base na disposição das máquinas.

Para a abordagem de solução MIP Pura adotou-se o tempo limite de execução de 24 horas para cada instância e, após esse tempo, computou-se as seguintes informações: Solução encontrada (*Z*); Limitante Inferior (*Lower Bound*); *Status* da solução; e *GAP*. Já para as abordagens heurísticas propostas, os resultados apresentam as seguintes informações: solução encontrada pela Heurística Construtiva (*Z HC*), tempo computacional em segundos para encontrar a solução inicial (Tempo HC); solução encontrada pela estratégia F&O (*Z F&O*); tempo decorrido para F&O convergir para esta solução (Tempo F&O) e *GAP* da solução encontrada. Em todos os casos, para calcular o *GAP* levou-se em consideração o Melhor Limite Inferior Conhecido (MLIC) para o problema em análise. Sendo assim, os cálculos dos valores de *GAP* foram efetuados de acordo com a expressão abaixo.

$$GAP (\%) = \frac{Solução\ Factível - MLIC}{Solução\ Factível} \times 100$$

Para a heurística de solução inicial estabeleceu-se como critério de parada um tempo limite de 180 segundos sem que haja melhoria da solução atual do subproblema. Este critério foi determinado após realização de exaustivos testes computacionais

Os resultados referentes aos testes realizados na abordagem MIP Pura apresentam-se na Tabela 1.

Tabela 1 - C Resultados para a abordagem mip pura para os problemas gerados para o modelo 1

Problema	Abordagem	Solução	Lower Bound	Status da Solução	GAP (%)
A1	MIP Pura	2778,00	2203,00	Factível	11,20
A2	MIP Pura	2715,00	2411,00	Factível	20,70
B1	MIP Pura	3081,00	2497,00	Factível	21,41
B2	MIP Pura	-	-	-	-

Na Tabela 2 apresenta-se os testes para as abordagens Fix and Optimize realizados para o Modelo 1, para o problema com 10 itens e *setup* não dependente da sequência.

Tabela 2 – Resultados para abordagens F&O para problemas com 10 itens e setup não dependente da sequência para Modelo 1

Problema	Abordagem	Z HC	Tempo HC (seg)	Z F&O	Tempo F&O	GAP (%)
A1	F&O <i>Forward</i>	3215,00	2862,00	2722,00	3975,89	11,43
	F&O <i>Backward</i>	2748,00	2958,00	2722,00	3776,77	11,43
	F&O 2 Períodos	3215,00	2833,80	2894,00	6086,36	16,69
B1	F&O <i>Forward</i>	3330,00	10651,00	3090,00	4137,00	21,64
	F&O <i>Backward</i>	3330,00	10647,00	3090,00	4534,00	21,64
	F&O 2 Períodos	3330,00	10598,00	3087,00	8988,00	21,56

Atingiu-se soluções factíveis para todas as estratégias da heurística F&O. Para o problema A1, as estratégias F&O *Forward* e F&O *Backward* obtiveram solução com *GAP* de 11,43% em menos de 2 horas. Este resultado é próximo ao encontrado pelo abordagem MIP Pura, que apresentou a melhor solução em 24 horas. Para este caso a estratégia F&O para dois períodos forneceu uma solução com *GAP* de 16,69%.

Os resultados dos testes apresentados na Tabela 3 são referentes à aplicação das heurísticas F&O aos problemas com 10 itens que possuem configuração de *setup* dependente da sequência. Para estes problemas, comparado aos problemas de configurações iguais e *setup* não dependente, em todas as abordagens aplicadas, o tempo computacional necessário para a otimização foi maior.

Para o problema A2, a solução obtida pela MIP Pura apresentou o melhor resultado em relação ao *GAP* (20,70%) em 24 horas. Já quando se resolve este problema pelas abordagens propostas, a melhor solução encontrada apresenta 26,91% de *GAP* em menos de duas horas de teste pela estratégia F&O para dois períodos.

Tabela 3 - Resultados para abordagens F&O para problemas com 10 itens e setup dependente da sequência para modelo 1

Problema	Abordagem	Z HC	Tempo HC (seg)	Z F&O	Tempo F&O	GAP (%)
A2	F&O <i>Forward</i>	4278,00	965,78	3357,00	3932,00	34,38
	F&O <i>Backward</i>	4278,00	978,99	3357,00	4533,59	34,38
	F&O 2 Períodos	4278,00	965,28	3014,00	5872,28	26,91
B2	F&O <i>Forward</i>	3240,00	89456,39	3058,00	4075,82	-
	F&O <i>Backward</i>	3240,00	87434,70	3065,00	4261,20	-
	F&O 2 Períodos	3225,00	92462,62	3035,00	10985,16	-

Quando se tem um problema com 3 máquinas no primeiro e 4 máquinas no segundo estágio com *setup* dependente da sequência, em 24 horas não é possível encontrar solução para MIP Pura. Mesmo as abordagens heurísticas demandam um tempo computacional alto, quando comparado ao tempo que os outros problemas levaram para serem resolvidos.

Para os três casos, foram necessárias mais de 24 horas para se chegar a uma solução pela heurística de solução inicial. Após isso a estratégia F&O Random atingiu a melhor solução em maior tempo, totalizando junto

à heurística construtiva 28,73 horas de teste. Já as outras duas estratégias encontraram soluções em tempo menor, mas de qualidade inferior, totalizando 25,98 horas de teste para *Forward* e 25,47 para *Backward*. O fato de não se conhecer um limitante inferior para estes problemas impossibilitou que o *GAP* fosse calculado.

Apresentam-se na Tabela 4 os resultados obtidos para o modelo 2 e resolvidos pela abordagem MIP Pura.

Tabela 4 – Resultados para a abordagem mip pura para os problemas gerados para o Modelo 2

Problema	Abordagem	Solução	Lower Bound	Status da Solução	GAP (%)
A1	MIP Pura	2708,00	2371,95	Factível	12,41
A2	MIP Pura	2920,00	2282,09	Factível	32,75
B1	MIP Pura	3075,00	2497,59	Factível	19,77
B2	MIP Pura	-	-	-	-

Para os problemas com 10 itens e *setup* não dependente da sequência, em 24 horas de solução a abordagem MIP Pura apresentou melhor resultado em *GAP*, tanto para 2 máquinas por estágio quanto para 3 e 4 máquinas no estágio 1 e 2 respectivamente. Para o primeiro caso atingiu-se 12,41% de *GAP* e para o segundo 19,77.

Tabela 5 - Resultados para abordagens F&O para problemas com 10 itens e *setup* não dependente da sequência para Modelo 2

Problema	Abordagem	Z HC	Tempo HC (seg)	Z F&O	Tempo F&O	GAP (%)
A1	F&O Forward	3215,00	973,36	2913,00	4333,00	18,57
	F&O Backward	3215,00	1011,27	2913,00	4242,23	18,57
	F&O 2 Períodos	3215,00	970,14	2894,99	6086,36	18,07
B1	F&O Forward	3540,00	52794,93	3317,00	9919,49	25,63
	F&O Backward	3540,00	52898,85	3317,00	9953,22	25,63
	F&O 2 Períodos	3540,00	53131,78	3284,00	4570,00	24,88

Para as estratégias F&O aplicadas ao problema A1 para o segundo modelo proposto, o melhor resultado obtido quanto a Função Objetivo foi para a estratégia para F&O *Random*. Partindo da mesma solução que as outras duas aplicações, chegou-se em uma solução com *GAP* de 18,07, porém em maior tempo de solução, totalizando junto à heurística construtiva 1,96 horas. As abordagens *Forward* e *Backward* totalizaram 1,47 e 1,46 horas respectivamente, chegando a uma solução com *GAP* de 18,57 %.

Neste caso, a estratégia de F&O *Random* apresenta o melhor resultado em termos de *GAP* e tempo de solução que as estratégias *Forward* e *Backward*. Sendo que se obteve 24,88% de *GAP* para esta abordagem em 1,27 horas após solução obtida pela heurística, enquanto que para os outros dois casos foram necessárias mais de 2 horas para atingir solução com 25,63% de *GAP*.

Quando o modelo 2 aborda o problema com *setup* dependente da sequência, para o problema A1 e B1 com 2 máquinas em cada estágio, é possível obter soluções factíveis para todas as abordagens propostas. Porém o fato de aumentar o número de máquinas não permite encontrar soluções no tempo computacional predeterminado. Assim como o resultado obtido para o problema com *setup* não dependente da sequência, o melhor resultado foi apresentado pela estratégia F&O *Random*, tanto para tempo de solução quanto para *GAP*.

Para o caso em que se tem configuração para 3 e 4 máquinas em cada estágio e *setup* dependente da sequência para o modelo 2 não foram encontradas soluções factíveis em 24 horas de teste para MIP Pura. Além disso, não foi possível encontrar solução aplicando a heurística de solução inicial proposta. Assim, as estratégias F&O não chegaram a ser testadas para este problema.

Tabela 6 - Resultados para abordagens F&O para problemas com 10 itens e *setup* dependente da sequência para Modelo 2

Problema	Abordagem	Z HC	Tempo HC (seg)	Z F&O	Tempo F&O	GAP (%)
A2	F&O <i>Forward</i>	5411,00	977,77	4351,00	4692,96	54,87
	F&O <i>Backward</i>	5411,00	979,17	4351,00	5009,08	54,87
	F&O 2 Períodos	5031,00	979,67	3853,00	4381,10	49,03
B2	F&O <i>Forward</i>	-	-	-	-	-
	F&O <i>Backward</i>	-	-	-	-	-
	F&O 2 Períodos	-	-	-	-	-

Devido à complexidade dos problemas gerados, tanto para o Modelo 1 quanto para o Modelo 2, os problemas C1, C2, D1, D2, E1, E2, F1 e F2; ou seja, problemas com mais de 15 itens, não obtiveram solução inicial pela heurística construtiva proposta. Em todos os casos, os problemas foram testados por mais de 48 horas. Para os problemas de 15 itens encontra-se solução até a iteração 3 da solução heurística, sendo assim seriam necessárias mais de 48 horas para encontrar uma solução inicial para o problema. Com isso, devido ao tempo de solução, não se trata de uma abordagem viável para problemas deste porte. Já para problemas com 20 itens, em 48 horas de teste, não se encontrou solução viável para a primeira iteração da heurística de solução inicial.

De acordo com os testes e análises realizados foi possível verificar que em relação aos problemas gerados, o esforço computacional exigido quando se realiza testes para *setup* dependente da sequência, ainda que problemas de tamanhos iguais quanto a variáveis e restrições, é maior em todos os casos. Além disso, o caso mais difícil de resolver é o Modelo 2 com *setup* dependente da sequência, que se mostrou de mais difícil solução que o Modelo 1. Outra característica que dificulta a solução é quando o número de máquinas por estágio é maior. Sendo que para estes casos foram necessários em alguns testes de mais de 24 horas para encontrar uma solução para então aplicar a heurística de melhoria F&O.

Em alguns casos foi possível observar que a solução encontrada pelo solver (MIP Pura) foi melhor (GAP e Bound) quando comparada as soluções obtidas pelas abordagens propostas, no entanto, estes casos exigiram um tempo computacional de 24 horas, enquanto que as abordagens heurísticas obtiveram resultados similares em menos de 2 horas de solução.

No que se refere as abordagens de solução heurísticas aplicadas, de modo geral, a abordagem F&O *Random* obteve melhores resultados quanto a qualidade de solução, no entanto, despende maior tempo computacional que as outras estratégias F&O aplicadas. Pode-se constatar que a estratégia proposta se trata de uma abordagem viável, uma vez que não há grande diferença de tempo de solução quando o objetivo é resolver um problema prático de sequenciamento e é possível encontrar melhores soluções.

7 CONCLUSÃO

Apresentou-se dois modelos matemáticos que abrangem, de modo geral, características coexistentes em ambientes produtivos reais que possuem dois estágios, máquinas paralelas e estoque intermediário de diferentes características.

Considerou-se para os problemas gerados situações em que o *setup* pode ser dependente ou não dependente da sequência, bem como diferentes números de máquinas dispostas por estágio. Estes problemas possuem complexidade NP-Hard e, muitas vezes, não é possível resolver o modelo matemático de maneira exata com o auxílio de um *solver*. Deste modo, além da solução dos modelos matemáticos de forma exata foram apresentadas abordagens de soluções híbridas.

As abordagens híbridas consistem em encontrar uma solução a partir de uma heurística construtiva de solução inicial e partindo desta aplicar uma estratégia da heurística de melhoria *Fix and Optimize*. Foram aplicadas três diferentes estratégias da heurística de melhoria. Duas das três estratégias de F&O aplicadas foram as estratégias *Forward* e *Backward*, já existentes na literatura. Além disso, baseado nestas estratégias já existentes, propôs-se outra estratégia, que a cada iteração busca a otimalidade dentro de um subproblema composto por duas decomposições do problema original. Esta estratégia permite que ocorra a diversificação do espaço de busca, uma vez que ocorre no período atual e em um outro período que é selecionado aleatoriamente. Esta estratégia foi chamada de *Fix and Optimize Random*.

Quanto as resoluções dos problemas que possuem 10 itens, as três estratégias F&O aplicadas foram satisfatórias quando comparadas aos resultados obtidos pela MIP Pura, principalmente quando se compara tempo de solução.

Para os casos mais complexos, ou seja, quando se tem maior número de máquina por estágio e/ou *setup* dependente da sequência, a aplicação da estratégia F&O *Random* proposta neste trabalho mostrou-se viável. Isso pode ser observado com a comparação direta com as outras duas estratégias, mesmo quando demanda um tempo de solução maior, apresenta soluções melhores. Além disso, para estes casos a estratégia MIP Pura não foi capaz de obter nenhuma solução factível dentro de 24 horas.

Artigo submetido para avaliação em 21/10/2019 e aceito para publicação em 20/07/2021

REFERÊNCIAS

BALDO, T. A. et al. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. **Computers and Industrial Engineering**, v. 72, n. 1, p. 58–71, 2014.

BOONMEE, A.; SETHANAN, K. A GLNPSO for multi-level capacitated lot-sizing and scheduling problem in the poultry industry. **European Journal of Operational Research**, v. 250, n. 2, p. 652–665, 2016.

BRAHIMI, N. et al. Single item lot sizing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 1, p. 1–16, 2006.

CHRISTIAN LANG, J.; SHEN, Z. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, v. 214, n. 3, p. 595–605, 2011.

COFIL, K. et al. Simultaneous lotsizing and scheduling problems : a classification and review of models. **OR Spectrum**. v. 39, p. 1–64, 2017.

DE ARAUJO, S. A.; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. **Journal of Heuristics**, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007.

DORNELES, Á. P.; ARAÚJO, O. C. B. DE; BURIOL, L. S. Computers & Operations Research A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers and Operation Research**, v. 52, p. 29–38, 2014.

DREXL, A., HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, v. 40, p. 73–87, 1995.

DREXL, A.; KIMMS, A. **Lot sizing and scheduling — Survey and extensions**. 15. ed. Springer Berlin Heidelberg, 1997. (v. 99).

FABIANO, C. et al. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. **Journal of Heuristics**, v. 21, p. 687–717, 2015.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009.

FLEISCHMANN, B. Theory and Methodology The discrete lot-sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research** v. 44, n. December 1988, p. 337–348, 1990.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. **OR Spektrum**, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997.

HELBER, S.; SAHLING, F. Int . J . Production Economics A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **Intern. Journal of Production Economics**, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010.

KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega**, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003.

KARMARKAR, U. S.; LINUS SCHRAGE. **Operations Research**, v. 33, n. 2, p. 326–345, 1985.

MOHAMMAD M; FATEMI S. M. T., KARIMI B., T. S. A. Development of heuristics for multiproduct multi-level capacitated lotsizing problem with sequence-dependent setups. **J Appl Sci**, v. 9, n. 2, p. 296–303, 2009.

MOKOTOFF, E. Parallel machine scheduling problems: a survey. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v. 18, n. 2, p. 193, 2001.

QUADT, D.; KUHN, H. Capacitated lot-sizing with extensions: A review. **4or**, v. 6, n. 1, p. 61–83, 2008

SCHIMIDT, T.; SCARPIN, C.; LOCH, G.; SCHENEKEMBERG, C. Heuristic Approaches to Solve a Two-Stage Lot Sizing and Scheduling Problem. **IEEE Latin America Transactions**, v. 17, n. 3, p. 434–443, 2019.

SEEANNER, F.; MEYR, H. Computers & Operations Research Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix & optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. **Computers and Operation Research**, v. 40, n. 1, p. 303–317, 2013.

TAILLARD, E. Benchmarks for basic scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, v. 64, p. 278–285, 1993.

TOLEDO, C. F. M.; FRANÇA P. M.; MORABITO, R. A. Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem. **Int J Prod Res**, v. 47, n. 11, p. 3097–3119, 2009.

TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. A decomposition heuristic to solve the two-stage lot sizing and scheduling problem with temporal cleaning. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, p. 1–32, 2017.

TRASCHEL, S. et al. A hybrid general lot-sizing and scheduling formulation for a production process with a two-stage product structure. **International Journal of Production Research**, v. 49, n. 9, p. 2463–2480, 2011.

ULBRICHT, G. **Um Modelo De Planejamento Da Produção Multiestágio Com Estoques Intermediários Limitados**. 2015. Tese (Doutorado Métodos Numéricos em Engenharia Universidade Federal do Paraná), 2015.

WEI, M.; YUAN, Y.; ZHANG, C. An modified relax-and-fix algorithm for the multi-level lot-sizing problem with replaceability. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND APPLICATIONS - ICIEA, 5., 2018. **Proceedings...** n. 2013, p. 262–267, 2018.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. **IIE Transactions**, v. 38, n. June 2013, p. 987–1007, 2005.